

SLA-350

B.A./B.Sc. Part-III (Supplementary)

Examination, 2022

MATHEMATICS

Paper - III

(Numerical Analysis and Optimization Techniques)

Time : 1½ Hours]

[Maximum Marks

Section-A

(Marks : 1 × 12 =

Instruction :- Answer all *twelve* questions (Answer limit **50** words). Each question carries 1 mark.

(खण्ड-अ)

(अंक : 1 × 12 =

Instruction :- सभी **बारह** प्रश्नों के उत्तर दीजिए (उत्तर-सीमा **50** शब्द)। प्रत्येक प्रश्न **1** अंक का है।

Section-B

(Marks : 4 × 5 =

Instruction :- Answer all *five* questions. Each question has internal choice (Answer limit **200** words). Each question carries **4** marks.

(खण्ड-ब)

(अंक : 4 × 5 =

Instruction :- सभी **पाँच** प्रश्नों के उत्तर दीजिए। प्रत्येक प्रश्न में विकल्प का चयन करें (उत्तर-सीमा **200** शब्द)। प्रत्येक प्रश्न **4** अंक का है।

Section-C

(Marks : 12 × 3 =

Instruction :- Answer any *three* questions out of five (Answer limit **500** words). Each question carries **12** marks.

(खण्ड-स)

(अंक : 12 × 3 =

Instruction :- **पाँच** में से **किन्हीं तीन** प्रश्नों के उत्तर दीजिए (उत्तर-सीमा **500** शब्द)। प्रत्येक प्रश्न **12** अंक

(i) Show that :

$$E\nabla = \Delta$$

प्रदर्शित कीजिए :

$$E\nabla = \Delta$$

(ii) Write down the Newton's Backward interpolation formula for equal intervals.

सम दूरस्थ मानों के लिए न्यूटन पश्च अन्तर्वेशन सूत्र लिखिए।

(iii) If $f(x) = \frac{1}{x^2}$, find :

$$f(a, b) \text{ or } \Delta_b f(a)$$

यदि $f(x) = \frac{1}{x^2}$, ज्ञात कीजिए :

$$f(a, b) \text{ or } \Delta_b f(a)$$

(iv) Define First Divided Difference.

प्रथम विभाजित अन्तर को परिभाषित कीजिए।

(v) Write down the formula of Regula Falsi Method.

मिथ्या स्थिति विधि का सूत्र लिखिए।

(vi) Write down names of any two methods for numerical integration.

संख्यात्मक समाकलन की किन्हीं दो विधियों के नाम लिखिए।

(vii) State Fundamental Theorem of Linear Programming.

रैखिक प्रोग्रामन की मूल प्रमेय का कथन लिखिए।

(viii) Explain the 'Principle of Duality'.

'द्वैतता के सिद्धान्त' की व्याख्या कीजिए।

(ix) What do you mean by Transportation Problem ?

परिवहन समस्या से आप क्या समझते हैं ?

(x) What is Infeasible Assignment ?

असंगत नियतन क्या होता है ?

(xi) What is Slack and Surplus Variable ?

न्यूनतापरक तथा आधिक्यपरक चर क्या है ?

(xii) Evaluate :

$$\Delta(x + 1)$$

मान ज्ञात कीजिए :

(i) Taking h as the interval of differencing show that :

$$e^x = \left(\frac{\Delta^2}{E} \right) e^x \cdot \frac{Ee^x}{\Delta^2 e^x}$$

(ii) Show that : $E \equiv e^{hD}$

(i) अन्तराल का अन्तर h लेकर प्रदर्शित कीजिए कि :

$$e^x = \left(\frac{\Delta^2}{E} \right) e^x \cdot \frac{Ee^x}{\Delta^2 e^x}$$

(ii) प्रदर्शित कीजिए : $E \equiv e^{hD}$

Or (अथवा)

(i) Evaluate :

$$\Delta \left(\frac{2^x}{(x+1)!} \right); h = 1$$

(ii) Prove that :

$$u_0 + \frac{u_1}{\underline{1}}x + \frac{u_2}{\underline{2}}x^2 + \dots = e^x \left(u_0 + x\Delta u_0 + \frac{x^2}{\underline{2}}\Delta^2 u_0 + \dots \right)$$

(i) मान ज्ञात कीजिए :

$$\Delta \left(\frac{2^x}{(x+1)!} \right); h = 1$$

(ii) सिद्ध कीजिए कि :

$$u_0 + \frac{u_1}{\underline{1}}x + \frac{u_2}{\underline{2}}x^2 + \dots = e^x \left(u_0 + x\Delta u_0 + \frac{x^2}{\underline{2}}\Delta^2 u_0 + \dots \right)$$

Find the value of $f(5)$ by Lagrange's interpolation formula from the following table :

x	1	2	3	4	7
$f(x)$	2	4	8	16	128

x	1	2	3	4	7
$f(x)$	2	4	8	16	128

Or (अथवा)

Use Newton's general interpolation formula for divided differences to find $f(301)$ from the following table :

x	300	304	305	307
$f(x)$	2.4771	2.4829	2.4843	2.4871

निम्न सारणी से न्यूटन विभाजित अन्तर सूत्र का प्रयोग कर $f(301)$ का मान ज्ञात कीजिए :

x	300	304	305	307
$f(x)$	2.4771	2.4829	2.4843	2.4871

Compute the value of the following integral by Trapezoidal rule :

$$\int_0^4 e^x dx$$

ट्रेपिजॉइडल नियम द्वारा निम्न समाकल के मान का परिकलन कीजिए :

$$\int_0^4 e^x dx$$

Or (अथवा)

Find the root of the equation $x^3 - 9x + 1 = 0$ between $x = 2$ and $x = 4$ by the method of bisection.

द्विभाजन विधि से $x = 2$ तथा $x = 4$ के मध्य समीकरण $x^3 - 9x + 1 = 0$ का मूल ज्ञात कीजिए।

Solve the following LPP by Simplex method :

Max. :

$$Z = -2x_1 + x_2$$

S.t. :

$$x_1 - x_2 \leq 10$$

$$2x_1 - x_2 \leq 40$$

अधिकतम :

$$Z = -2x_1 + x_2$$

प्रतिबन्ध :

$$x_1 - x_2 \leq 10$$

$$2x_1 - x_2 \leq 40$$

तथा

$$x_1, x_2 \geq 0$$

Or (अथवा)

Find the Dual Problem (DP) of the following LPP :

Max. :

$$Z = 2x_1 + 5x_2 + 6x_3$$

S.t. :

$$5x_1 + 6x_2 - x_3 \leq 3$$

$$-2x_1 + x_2 + 4x_3 \leq 4$$

$$x_1 + 5x_2 + 3x_3 \leq 1$$

$$-3x_1 - 3x_2 + 7x_3 \leq 6$$

and

$$x_1, x_2, x_3 \geq 0$$

निम्न LPP की द्वैत समस्या (DP) ज्ञात कीजिए :

अधिकतम :

$$Z = 2x_1 + 5x_2 + 6x_3$$

प्रतिबन्ध :

$$5x_1 + 6x_2 - x_3 \leq 3$$

$$-2x_1 + x_2 + 4x_3 \leq 4$$

$$x_1 + 5x_2 + 3x_3 \leq 1$$

$$-3x_1 - 3x_2 + 7x_3 \leq 6$$

तथा

$$x_1, x_2, x_3 \geq 0$$

Solve the following assignment problem :

	<i>a</i>	<i>b</i>	<i>c</i>	<i>d</i>	<i>e</i>
A	160	130	175	190	200
B	135	120	130	160	175
C	140	110	155	170	185
D	50	50	80	80	110

	a	b	c	d	e
A	160	130	175	190	200
B	135	120	130	160	175
C	140	110	155	170	185
D	50	50	80	80	110
E	55	35	70	80	105

Or (अथवा)

Solve the following Transportation problem by using North-West corner rule :

From	To			Available
	D_1	D_2	D_3	
O_1	2	7	4	5
O_2	3	3	1	8
O_3	5	4	7	7
O_4	1	6	2	14
Demand	7	9	18	34

निम्नलिखित परिवहन समस्या को उत्तर-पश्चिम कोने वाले नियम से हल कीजिए :

से	तक			उपलब्ध इकाइयाँ
	D_1	D_2	D_3	
O_1	2	7	4	5
O_2	3	3	1	8
O_3	5	4	7	7
O_4	1	6	2	14
माँग	7	9	18	34

Section-C (खण्ड-स)

Use Newton-Gregory forward difference interpolation formula to compute $y(3.62)$ from the following table :

x	3.60	3.65	3.70	3.75
-----	------	------	------	------

x	3.60	3.65	3.70	3.75
y	36.598	38.475	40.447	42.521

Use Stirling formula to find y_{28} given :

$$y_{20} = 49225, y_{25} = 48316, y_{30} = 47236, y_{35} = 45926, y_{40} = 44306$$

निम्न आँकड़ों से स्टिरलिंग सूत्र के प्रयोग से y_{28} ज्ञात कीजिए :

$$y_{20} = 49225, y_{25} = 48316, y_{30} = 47236, y_{35} = 45926, y_{40} = 44306$$

Use Simpson's $\left(\frac{1}{3}\right)^{\text{rd}}$ and $\left(\frac{3}{8}\right)^{\text{th}}$ rule to evaluate the following integral :

$$\int_0^1 \frac{dx}{1+x^2}$$

Hence obtain the approximate value of π in each case.

निम्नलिखित समाकल को सिम्पसन $\left(\frac{1}{3}\right)^{\text{rd}}$ तथा $\left(\frac{3}{8}\right)^{\text{th}}$ नियम से ज्ञात कीजिए :

$$\int_0^1 \frac{dx}{1+x^2}$$

फलतः प्रत्येक स्थिति में π का सन्निकट मान ज्ञात कीजिए।

A company is spending ₹ 1,000 on transportation of its units to four warehouses from three factories. What can be the maximum saving by optimal scheduling.

Solve the following transportation problem by using VAM method :

Factory	Warehouses				Factory Capacity
	W_1	W_2	W_3	W_4	
F_1	19	30	50	10	7
F_2	70	30	40	60	9
F_3	40	8	70	20	18
Warehouse					

हल से फ़ैक्ट्री बंद करके कामों को बाँटा जा सकता है ? निम्न परस्परहीन समस्या का हल जंगल सॉल्विंग विधि के प्रयोग से कीजिए :

फ़ैक्ट्री	गोदाम				फ़ैक्ट्री क्षमता
	W_1	W_2	W_3	W_4	
F_1	19	30	50	10	7
F_2	70	30	40	60	9
F_3	40	8	70	20	18
गोदाम आवश्यकता	5	8	7	14	34

A company has 5 jobs to be done. The following matrix shows the returns in Rs. of assigning i^{th} ($i = 1, \dots, 5$) machines to the j^{th} job ($j = 1, \dots, 5$). Assign the five jobs to the five machines so as to maximize the total return.

Machine	Jobs				
	1	2	3	4	5
A	5	11	10	12	4
B	2	4	6	3	5
C	3	12	5	14	6
D	6	14	4	11	7
E	7	9	8	12	5

एक कम्पनी के पास पाँच कार्य सम्पन्न करने हेतु हैं। i वीं मशीन ($i = 1, \dots, 5$) को j वीं कार्य ($j = 1, \dots, 5$) निर्दिष्ट करने पर राजस्व की मैट्रिक्स निम्नानुसार है। पाँचों मशीनों को पाँच कार्य इस प्रकार निर्दिष्ट कीजिए कि कुल राजस्व अधिकतम हो।

मशीन	काम				
	1	2	3	4	5
A	5	11	10	12	4
B	2	4	6	3	5
C	3	12	5	14	6
D	6	14	4	11	7