Roll No. : .....

Total No. of Questions : **11** ] [ Total No. of Printed Pages : **7**

# SED–408

## B.Sc. B.Ed. IVth Year Due of IIIrd Year (Supplementary) Examination, 2022

## MATHEMATICS

Paper - II (CC-5)

### (Mechanics)

*Time : 1½ Hours* ] [ *Maximum Marks : **60***

**Section–A** **(Marks : 2 × 8 = 16)**

***Note*** :– Answer all *eight* questions (Answer limit **50** words). Each question carries **2** marks.

**(खण्ड–अ)** **(अंक : 2 × 8 = 16)**

**नोट** :– सभी **आठ** प्रश्नों के उत्तर दीजिए (उत्तर-सीमा **50** शब्द)। प्रत्येक प्रश्न **2** अंक का है।

**Section–B** **(Marks : 4 × 5 = 20)**

***Note*** :– Answer all *five* questions. Each question has internal choice (Answer limit **200** words). Each question carries **4** marks.

**(खण्ड–ब)** **(अंक : 4 × 5 = 20)**

**नोट** :– सभी **पाँच** प्रश्नों के उत्तर दीजिए। प्रत्येक प्रश्न में विकल्प का चयन कीजिए (उत्तर-सीमा **200** शब्द)। प्रत्येक प्रश्न **4** अंक का है।

**Section–C** **(Marks : 8 × 3 = 24)**

***Note*** :– Answer any *three* questions out of five (Answer limit **500** words). Each question carries **8** marks.

**(खण्ड–स)** **(अंक : 8 × 3 = 24)**

**नोट** :– पाँच में से किन्हीं **तीन** प्रश्नों के उत्तर दीजिए (उत्तर-सीमा **500** शब्द)। प्रत्येक प्रश्न **8** अंक का है।

## Section–A

## (खण्ड–अ)

1. (i) Write statement of $m$–$n$ theorem.

   $m$–$n$ प्रमेय का कथन लिखिए।

   (ii) Define sag of catenary.

   कैटेनरी के आनमन को परिभाषित कीजिए।

   (iii) Write conditions for stable equilibrium.

   स्थायी संतुलन के लिए प्रतिबन्ध लिखिए।

   (iv) Define Intensity and Pitch of Wrench.

   रेंच की तीव्रता तथा पिच की व्याख्या कीजिए।

   (v) Define Radial velocity and acceleration.

   अरीय वेग एवं त्वरण को परिभाषित कीजिए।

   (vi) Write definition of apse and apsidal distance.

   स्तब्धिका तथा स्तब्धिका दूरी की परिभाषा लिखिए।

   (vii) Write Newton's experiment law of Impact.

   संघट्ट का न्यूटन का प्रयोगात्मक नियम लिखिए।

   (viii) Define Constrained Motion.

   प्रतिबंधित गति को परिभाषित कीजिए।

## Section–B

## (खण्ड–ब)

2. Find the CG of the surface formed by the revolution of the Cardioid $r = a(1 + \cos \theta)$ about its axis.

   कार्डियोइड $r = a(1 + \cos \theta)$ द्वारा इसके अक्ष के परितः परिक्रमण से जनित पृष्ठ की CG ज्ञात कीजिए।

***Or***

**(अथवा)**

A heavy uniform beam is hung from a fixed point by two strings attached to its extremities; if the lengths of the strings and beam be as 2 : 3 : 4. Show that the tensions in the string and the weight of the beams are as 2 : 3 : $\sqrt{10}$.

एक भारी एकसमान छड़ सिरों पर दो रस्सियाँ बाँध कर एक नियत बिन्दु से लटकाई गई हैं। यदि रस्सियों और छड़ की लम्बाइयों में 2 : 3 : 4 का अनुपात हो, तो सिद्ध कीजिए कि रस्सियों में तनाव और छड़ का भार 2 : 3 : $\sqrt{10}$ अनुपात में है।

3. A body consisting of a cone and a hemisphere on the same base rests on a rough horizontal table, the hemisphere being in contact with table show that the greatest height of the cone so that the equilibrium may be stable is $\sqrt{3}$ times the radius of hemisphere.

कोई पिण्ड एक ही आधार पर स्थित एक शंकु और गोलार्द्ध से बना है और वह किसी रुक्ष क्षैतिज मेज पर स्थित है, गोलार्द्ध मेज के सम्पर्क में है। सिद्ध कीजिए कि शंकु की महत्तम ऊँचाई ताकि संतुलन स्थायी रहे, गोलार्द्ध की त्रिज्या का $\sqrt{3}$ गुणा है।

***Or***

**(अथवा)**

Equal forces act along the co-ordinate axes and along the straight line $\frac{x-\alpha}{l}=\frac{y-\beta}{m}=\frac{z-\gamma}{n}$; find the equations of the central axis of the system where *l, m, n* are d.c.'s.

समान बल निर्देश अक्षों तथा सरल रेखा $\frac{x-\alpha}{l}=\frac{y-\beta}{m}=\frac{z-\gamma}{n}$ के अनुदिश क्रियाशील है निकाय के केन्द्रीय अक्ष का समीकरण ज्ञात कीजिए, जहाँ *l, m, n* दिक्कोज्याएँ हैं।

4. The radial and transverse velocities of a particle are $\lambda r$ and $\mu\theta$. Find its path and show that its radial and transverse components of acceleration are respectively :

$$\lambda^2 r - \frac{\mu^2\theta^2}{r} \text{ and } \mu\theta\left(\lambda + \frac{\mu}{r}\right)$$

किसी कण के अरीय एवं अनुप्रस्थ वेग $\lambda r$ और $\mu\theta$ हैं। इसका पथ ज्ञात कीजिए और सिद्ध कीजिए कि इसके अरीय एवं अनुप्रस्थ त्वरण क्रमशः हैं :

$$\lambda^2 r - \frac{\mu^2\theta^2}{r} \text{ और } \mu\theta\left(\lambda + \frac{\mu}{r}\right)$$

***Or***

**(अथवा)**

Show that the time of decent to the centre of force, the force varying inversly as the square of the distance from the centre through the first half of its initial distance is to that through the last half as $(\pi + 2) : (\pi - 2)$.

यदि किसी कण पर क्रियाशील बल दूरी के वर्ग के व्युत्क्रमानुपाती हो, तो सिद्ध कीजिए कि बल केन्द्र की ओर चलने वाले पिण्ड द्वारा प्रथम आधी दूरी तथा द्वितीय आधी दूरी चलने में लगने वाले समय का अनुपात $(\pi + 2) : (\pi - 2)$ होगा।

5. Discuss the motion of particle of mass $m$ which when projected vertically upward with velocity $u$ in a medium whose resistance varies as velocity supposing gravitational force constant.

$m$ द्रव्यमान के कण की गति की विवेचना कीजिए जो वेग $u$ से ऊपर की ओर एक ऐसे माध्यम से फेंका जाता है जिसका प्रतिरोध वेग के समानुपाती है तथा गुरुत्वाकर्षण अचर है।

***Or***

**(अथवा)**

An elastic string without weight of natural length $l$ is such that its modulus of elasticity is the weight of $n$ grams. It is hung by one end and its another end is attached with a body of $m$ grams. Show that the time of small vertical oscillation is $2\pi\sqrt{\left(\frac{ml}{ng}\right)}$.

एक भारहीन प्रत्यास्थ डोरी जिसकी स्वाभाविक लम्बाई $l$ तथा प्रत्यास्थ मापांक $n$ ग्राम भार के बराबर है, एक सिरे से लटकायी जाती है और उसके दूसरे सिरे पर $m$ ग्राम का एक पिण्ड लटकाया जाता है। सिद्ध कीजिए कि उदाग्र दोलन का समय $2\pi\sqrt{\left(\frac{ml}{ng}\right)}$ है।

6. A sphere impinges directly on an equal sphere at rest, if the coefficient of restitution be $e$ show that their velocities after impact are as $(1-e) : (1 + e)$.

एक गेंद किसी दूसरी समान मात्रा की गेंद से संघट्ट करती है जो कि विरामावस्था में है यदि प्रत्यानयन गुणांक $e$ हो, तो संघट्ट के पश्चात् इन गेदों का वेग $(1-e) : (1 + e)$ होगा।

***Or***

**(अथवा)**

If $\omega$ be the angular velocity of a planet at the nearer end of the major axis, then prove that its period is :

$$\left(\frac{2\pi}{\omega}\right)\sqrt{\left(\frac{1+e}{(1-e)^3}\right)}$$

यदि किसी ग्रह का दीर्घाक्ष के निकटतम सिरे पर कोणीय वेग $\omega$ हो, तो सिद्ध कीजिए कि इसका परिक्रमण काल है :

$$\left(\frac{2\pi}{\omega}\right)\sqrt{\left(\frac{1+e}{(1-e)^3}\right)}$$

## Section–C

## (खण्ड–स)

7. Find the law of force towards the pole under which a particle describes equiangular spiral curve $r = a\, e^{\theta \cot \alpha}$.

   ध्रुव की ओर निर्दिष्ट बल नियम ज्ञात कीजिए जिसके अधीन कोई कण समान कोणिक सर्पिल वक्र $r = a\, e^{\theta \cot \alpha}$ निर्मित करता है।

8. A particle moves in a curve with constant velocity $v$. If $s = 0$ when $\psi = 0$ and at any point its acceleration is $\frac{v^2 C}{s^2 + C^2}$, then prove that the curve is a catenary.

   एक कण किसी वक्र में अचर चाल $v$ से चलता है। यदि $s = 0$ जब $\psi = 0$ और किसी बिन्दु पर उसका त्वरण $\frac{v^2 C}{s^2 + C^2}$ हो, तो सिद्ध कीजिए कि वक्र एक कैटेनरी है।

9. A particle slides down the arc of a smooth cycloid whose axis is verticle and vertex lowest. Prove that the time occupied in falling down the first half of the vertical height is equal to the time of falling down the second half.

   एक कण एक ऐसे चक्रज के चाप पर नीचे की ओर फिसलता है जिसका अक्ष ऊर्ध्वाधर तथा शीर्ष निम्नतम है। सिद्ध कीजिए कि ऊर्ध्वाधर ऊँचाई के पहले अर्धभाग के गिरने में लगा समय दूसरे अर्धभाग के गिरने में लगे समय के बराबर है।

10. (a) A given length $2s$ of a uniform chain has to be hung between two points at the same level and the tension is not to exceed the weight of a length $b$ of the chain. Show that greatest span is :

$$\sqrt{b^2 - s^2} \log\left(\frac{b+s}{b-s}\right)$$

    दी गई लम्बाई $2s$ की एकसमान जंजीर को समान ऊँचाई के दो बिन्दुओं से इस प्रकार लटकाया जाता है कि इसमें तनाव जंजीर की $b$ लम्बाई के भार से अधिक नहीं हो। सिद्ध कीजिए कि महत्तम विस्तृति है :

$$\sqrt{b^2 - s^2} \log\left(\frac{b+s}{b-s}\right)$$

(b) Five weightless rods of equal lengths are joined together so as to form a rhombus ABCD with one diagonal BD. If a weight W be attached to C and the system be suspended from A, show that there is a thrust in BD equal to $\frac{W}{\sqrt{3}}$.

समान लम्बाई के पाँच भारहीन दण्ड परस्पर जोड़े गये हैं ताकि एक विकर्ण BD सहित समचतुर्भुज ABCD बने। यदि C पर एक भार W बाँध दिया जाये और निकाय को A से लटकाया जाये, तो सिद्ध कीजिए कि BD में प्रणोद $\frac{W}{\sqrt{3}}$ के तुल्य है।

11. A rod rests wholly within a smooth hemispherical bowl of radius *r*, its centre of gravity dividing the rod into two portions *a* and *b*. Show that if θ be the inclination of the rod to the horizon in the positions of equilibrium then :

(a) $\sin\theta = \frac{b-a}{2\sqrt{(r^2-ab)}}$

(b) $\tan\theta = \frac{b-a}{b+a}\tan\alpha$,

where the rod subtends angle $2\alpha$ at the centre.

एक छड़ जिसका गुरुत्व केन्द्र *a* और *b* लम्बाई के दो भागों में विभाजित करता है, *r* त्रिज्या के एक चिकने गोले के अंदर पूर्णतः रखी हुयी है। यदि साम्यावस्था में छड़ का क्षैतिज से झुकाव θ हो, तो सिद्ध कीजिए कि :

(अ) $\sin\theta = \frac{b-a}{2\sqrt{(r^2-ab)}}$

(ब) $\tan\theta = \frac{b-a}{b+a}\tan\alpha$,

जहाँ छड़ गोले के केन्द्र पर कोण $2\alpha$ अन्तरित करती है। 4+4