

Roll No. :

Total No. of Questions : **11**]

[Total No. of Printed Pages : **7**

ED-4018

B.Sc. B.Ed. (IVth Year) Examination, 2022

MATHEMATICS

Paper - I (CC-5)
(Numerical Analysis)

Time : 3 Hours]

[*Maximum Marks : 60*

Section-A (Marks : $2 \times 8 = 16$)

Note :- Answer all *eight* questions (Answer limit **50** words). Each question carries **2** marks.

(खण्ड-अ) (अंक : $2 \times 8 = 16$)

नोट :- सभी आठ प्रश्नों के उत्तर दीजिए (उत्तर-सीमा **50** शब्द)। प्रत्येक प्रश्न **2** अंक का है।

Section-B (Marks : $4 \times 5 = 20$)

Note :- Answer all *five* questions. Each question has internal choice (Answer limit **200** words). Each question carries **4** marks.

(खण्ड-ब) (अंक : $4 \times 5 = 20$)

नोट :- सभी पाँच प्रश्नों के उत्तर दीजिए। प्रत्येक प्रश्न में विकल्प का चयन कीजिए (उत्तर-सीमा **200** शब्द)। प्रत्येक प्रश्न **4** अंक का है।

Section-C (Marks : $8 \times 3 = 24$)

Note :- Answer any *three* questions out of five (Answer limit **500** words). Each question carries **8** marks.

(खण्ड-स) (अंक : $8 \times 3 = 24$)

नोट :- पाँच में से किन्हीं तीन प्रश्नों के उत्तर दीजिए (उत्तर-सीमा **500** शब्द)। प्रत्येक प्रश्न **8** अंक का है।

Section-A

(खण्ड-अ)

1. (i) Evaluate :

$$\Delta \tan^{-1} x$$

मान ज्ञात कीजिए :

$$\Delta \tan^{-1} x$$

- (ii) The Newton-Gregory formula for forward interpolation.

अग्र अन्तर्वेशन के लिए न्यूटन-ग्रेगरी सूत्र।

- (iii) If h is the increase in the variable x , then evaluate $E^2(x \cos x)$.

यदि चर x में वृद्धि की राशि h हो, तो $E^2(x \cos x)$ का मान ज्ञात कीजिए।

- (iv) Evaluate :

$$\Delta \left[\frac{1}{x^2 + 5x + 6} \right], \quad h = 1$$

मान ज्ञात कीजिए :

$$\Delta \left[\frac{1}{x^2 + 5x + 6} \right], \quad h = 1$$

- (v) Write the formula of Gauss quadrature formula.

गॉस क्षेत्रकलन सूत्र दीजिए।

- (vi) Write formula of Simpson's one-third rule and Trapezoidal rule.

सिम्पसन का एक-तिहाई नियम तथा ट्रैपेजॉइडल नियम लिखिए।

- (vii) Find the approximate value of the root of the equation :

$$2x - \log_{10} x = 7$$

निम्न समीकरण के मूल का सन्तिकटन मान लिखिए :

$$2x - \log_{10} x = 7$$

- (viii) Write the formula of Newton-Raphson method.

न्यूटन-राफ्सन विधि का सूत्र लिखिए।

Section-B

(खण्ड-ब)

2. Using Euler's modified method, obtain a solution of the equation $\frac{dy}{dx} = x + |\sqrt{y}|$

with initial condition $y = 1$ at $x = 0$, for the range $0 \leq x \leq 0.6$ in steps of 0.2 correct up to four places of decimals.

ऑयलर संशोधित विधि का प्रयोग कर समीकरण $\frac{dy}{dx} = x + |\sqrt{y}|$, जहाँ प्रारम्भिक शर्त $x = 0$ पर $y = 1$ है, तथा परिसर $0 \leq x \leq 0.6$ है, में पद-लम्बाई 0.2 लेते हुए दशमलव के चौथे स्थान तक हल ज्ञात कीजिए।

Or

(अथवा)

Evaluate the following and prove that :

निम्नलिखित का मान ज्ञात कीजिए तथा सिद्ध कीजिए :

$$(i) \quad \Delta \left[\frac{2^x}{(x+1)!} \right], \quad h = 1$$

$$(ii) \quad (1 + \Delta)(1 - \nabla) \equiv 1$$

3. Solve the following system by Jacobi's Iterative method :

जॅकोबी पुनरावृत्ति विधि से निम्न निकाय को हल कीजिए :

$$10x + y + z = 12$$

$$2x + 10y + z = 13$$

$$2x + 2y + 10z = 14$$

Or

(अथवा)

Solve by Gaussian elimination method with partial pivoting the following system of equations :

निम्नलिखित रैखिक समीकरणों के निकाय का हल गॉस विलोपन विधि अंशिक आधारी प्रक्रिया सहित ज्ञात कीजिए :

$$x + y + z = 7$$

$$3x + 3y + 4z = 24$$

$$2x + y + 3z = 16$$

4. By using Newton-Raphson method, find the root of $x^4 - x - 10 = 0$ which is nearer to $x = 0$ correct to three places of decimals.

न्यूटन-राफसन से $x^4 - x - 10 = 0$ का $x = 0$ के समीप मूल तीन दशमलव स्थानों तक ज्ञात कीजिए।

Or

(अथवा)

Using method of false position, find the real root of the equation $x^3 - 2x - 5 = 0$.

मिथ्या-स्थिति विधि द्वारा समीकरण $x^3 - 2x - 5 = 0$ का वास्तविक मूल ज्ञात कीजिए।

5. The following table gives the population of a town during the last six censuses. Estimate using any suitable interpolation formula, the increase in the population during the period from 1946 to 1948 :

निम्नलिखित सारणी में अन्तिम छः गणनाओं में एक शहर की जनसंख्या दी हुई है। अन्तर्वेशन के किसी उपयुक्त सूत्र का प्रयोग करके 1946 से 1948 के अन्तराल में जनसंख्या में वृद्धि का आकलन कीजिए :

| Year (वर्ष) | Population in thousands (जनसंख्या हजारों में) |
|----------------|--|
| 1911 | 12 |
| 1921 | 15 |
| 1931 | 20 |
| 1941 | 27 |
| 1951 | 39 |
| 1961 | 52 |

Or

(अथवा)

Obtain the estimate of the missing figures in the following table :

निम्नलिखित सारणी में अज्ञात राशि का अनुमान लगाइए :

| | | | | | | | | | |
|--------|---|---|---|----|---|-----|-----|-----|-----|
| x | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
| $f(x)$ | 1 | 8 | – | 64 | – | 216 | 343 | 512 | 729 |

6. Given $e^0 = 1$, $e^1 = 2.72$, $e^2 = 7.39$, $e^3 = 20.09$, $e^4 = 54.60$, evaluate $\int_0^4 e^x dx$ by numerical integration and compare with the exact value.

यदि $e^0 = 1$, $e^1 = 2.72$, $e^2 = 7.39$, $e^3 = 20.09$, $e^4 = 54.60$, तो $\int_0^4 e^x dx$ का संख्यात्मक समाकलन द्वारा मान ज्ञात कीजिए और सही मान से उसकी तुलना ज्ञात कीजिए।

Or

(अथवा)

Find $f'(5)$ from the following table :

निम्नलिखित सारणी से $f'(5)$ ज्ञात कीजिए :

| | | | | | | |
|--------|---|----|----|-----|-----|-----|
| x | 0 | 2 | 3 | 4 | 7 | 9 |
| $f(x)$ | 4 | 26 | 58 | 112 | 466 | 922 |

Section-C

(खण्ड-स)

7. Use Picard's method to find the approximate value of y , when $x = 0.1$, $x = 0.2$

given that $y = 1$ when $x = 0$ and $\frac{dy}{dx} = x + y$. Also check the result with the exact value

पिकार्ड विधि का उपयोग कर $x = 0.1$ तथा $x = 0.2$ पर y का सन्निकटन मान प्राप्त कीजिए, दिया हुआ है : $\frac{dy}{dx} = x + y$ तथा जब $x = 0$, $y = 1$ परिणामी मान की तुलना यथार्थ मान से कीजिए।

8. Solve the equation by Gauss-Seidal method :

गॉस-सीडल विधि से निम्न निकाय को हल कीजिए :

$$9x_1 - 2x_2 + x_3 = 50$$

$$x_1 + 5x_2 - 3x_3 = 18$$

$$-2x_1 + 2x_2 + 7x_3 = 19$$

9. Using the Bisection method, find the real root of the equation $x^4 + 2x^3 - x - 1 = 0$ lying in the interval $[0, 1]$.

द्विभाजन विधि का प्रयोग करते हुए अन्तराल $[0, 1]$ में समीकरण $x^4 + 2x^3 - x - 1 = 0$ का वास्तविक मूल ज्ञात कीजिए।

10. Find the cubic polynomial which takes the following values :

त्रिघात बहुपद ज्ञात कीजिए जो निम्न मानों को ग्रहण करता है :

| | | | | |
|--------|---|---|---|----|
| x | 0 | 1 | 2 | 3 |
| $f(x)$ | 1 | 0 | 1 | 10 |

Hence or otherwise find $f(4)$.

फलतः अथवा अन्यथः $f(4)$ ज्ञात कीजिए।

11. Evaluate $\int_0^1 \frac{dx}{1+x^2}$ using Simpson's $\frac{1}{3}$ and $\frac{3}{8}$ rule. Hence obtain the approximate value of π in each case.

सिम्पसन के $\frac{1}{3}$ तथा $\frac{3}{8}$ नियमों के उपयोग द्वारा $\int_0^1 \frac{dx}{1+x^2}$ का मूल्यांकन कीजिए। फलतः प्रत्येक स्थिति में π मान ज्ञात कीजिए।