

Roll No. :

Total No. of Questions : 11]

[Total No. of Printed Pages : 7

ED-3029

B.Sc. B.Ed. (IIIrd Year) Examination, 2022

MATHEMATICS

Paper - II (CC-5)

(Mechanics)

Time : 3 Hours]

[Maximum Marks : 60

Section-A

(Marks : 2 × 8 = 16)

Note :- Answer all *eight* questions (Answer limit 50 words). Each question carries 2 marks.

(खण्ड-अ)

(अंक : 2 × 8 = 16)

नोट :- सभी आठ प्रश्नों के उत्तर दीजिए (उत्तर-सीमा 50 शब्द)। प्रत्येक प्रश्न 2 अंक का है।

Section-B

(Marks : 4 × 5 = 20)

Note :- Answer all *five* questions. Each question has internal choice (Answer limit 200 words). Each question carries 4 marks.

(खण्ड-ब)

(अंक : 4 × 5 = 20)

नोट :- सभी पाँच प्रश्नों के उत्तर दीजिए। प्रत्येक प्रश्न में विकल्प का चयन कीजिए (उत्तर-सीमा 200 शब्द)। प्रत्येक प्रश्न 4 अंक का है।

Section-C

(Marks : 8 × 3 = 24)

Note :- Answer any *three* questions out of five (Answer limit 500 words). Each question carries 8 marks.

(खण्ड-स)

(अंक : 8 × 3 = 24)

नोट :- पाँच में से किन्हीं तीन प्रश्नों के उत्तर दीजिए (उत्तर-सीमा 500 शब्द)। प्रत्येक प्रश्न 8 अंक का है।

BR-1177

(1)

ED-3029 P.T.O.

Section–A

(खण्ड–अ)

1. (i) Define Radial and Transverse Velocities.
क्षरीय तथा अनुप्रस्थ वेग को समझाइए।
- (ii) Relation between Angular Velocity and Linear Velocity.
कोणीय वेग तथा रेखीय वेग में सम्बन्ध।
- (iii) Define Period of Simple Harmonic Motion.
सरल आवर्त गति का आवर्तकाल परिभाषित कीजिए।
- (iv) Define Virtual Work.
कल्पित कार्य को परिभाषित कीजिए।
- (v) What is Horizontal Elastic String ?
क्षैतिज प्रत्यास्थ डोरी क्या है ?
- (vi) Define Central Forces.
केन्द्रीय बल को परिभाषित कीजिए।
- (vii) Define Kepler's Laws for Planetary Motion.
ग्रहों की गति के लिए केप्लर के नियम को समझाइए।
- (viii) What is Cartesian equation of the catenary ?
साधारण कैटिनरी का कार्तीय समीकरण बताइए।

Section–B

(खण्ड–ब)

2. A telegraph wire is made of a given material and such a length l is stretched between two posts, distance d apart and of the same height, as will produce the least possible tension at the posts. Show that $l = \left(\frac{d}{\lambda}\right) \sinh \lambda$, where λ is given by the equation $\lambda \tanh \lambda = 1$.

एक टेलीग्राफ तार एक ही धातु से बना है तथा इसकी l लम्बाई को समान ऊँचाई के d दूरी के दो खम्भों से खींचकर इस प्रकार बांधा है कि खम्भों पर न्यूनतम तनाव होगा। प्रदर्शित कीजिए कि $l = \left(\frac{d}{\lambda}\right) \sinh \lambda$, जहाँ λ समीकरण $\lambda \tanh \lambda = 1$ से प्राप्त होता है।

Or

(अथवा)

A heavy uniform rod, 30 cm long is suspended from a fixed point by strings fastened to its ends, their lengths being 18 cm and 24 cm. If the rod is inclined to the vertical at an angle θ , prove that $25 \sin \theta = 24$.

एक एकसमान 30 सेमी. लम्बी छड़ एक नियत बिन्दु से दो रस्सियों द्वारा लटकाई गई है, जो छड़ के सिरों पर बंधी हुई है तथा रस्सियों की लम्बाई 18 सेमी. और 24 सेमी. है। यदि साम्यावस्था में छड़ ऊर्ध्वाधर से θ कोण बनाती हो, तो सिद्ध कीजिए कि $25 \sin \theta = 24$.

3. Prove that the angular acceleration in the direction of motion of a point moving in a plane is :

$$\frac{v}{\rho} \frac{dv}{ds} - \frac{v^2}{\rho^2} \frac{d\rho}{ds}$$

सिद्ध कीजिए कि एक समतल में गतिमान एक कण के गति की दिशा में कोणीय त्वरण निम्न होगा :

$$\frac{v}{\rho} \frac{dv}{ds} - \frac{v^2}{\rho^2} \frac{d\rho}{ds}$$

Or

(अथवा)

A body moving in a straight line OAB with S.H.M. has zero velocity when at points A and B whose distances from O are a and b respectively and has a velocity V , when half way between them. Show that the complete period is $\frac{\pi(b-a)}{V}$.

एक पिण्ड एक सरल रेखा OAB पर स.आ.ग. से गतिमान है। यह A तथा B पर विरामावस्था में है जिसकी O से दूरियाँ क्रमशः a तथा b हैं और उसका वेग V है, जब वह उसके मध्य बिन्दु पर है।

प्रदर्शित कीजिए कि पूर्ण आवर्तकाल $\frac{\pi(b-a)}{V}$ है।

4. A mass m hangs from a fixed point by a light string and is given a small vertical displacement, prove that the motion is S.H.M. If l is the length of the string in equilibrium position and n is the number of oscillations per second, show that the natural length of the string is :

$$l = \frac{g}{4\pi^2 n^2}$$

m द्रव्यमान का एक कण एक हल्की डोरी द्वारा एक निश्चित बिन्दु से लटका हुआ है तथा इसे लघु ऊर्ध्वाधर विस्थापन दिया गया है। सिद्ध कीजिए कि कण की गति सरल आवर्त गति होगी। यदि सन्तुलन की दशा में डोरी की लम्बाई l है तथा दोलन आवृत्ति n प्रति सेकण्ड है, तो सिद्ध कीजिए कि डोरी की स्वाभाविक लम्बाई होगी :

$$l = \frac{g}{4\pi^2 n^2}$$

Or

(अथवा)

A point moves in a straight line with S.H.M. has velocities V_1 and V_2 when its distance from the center be x_1 and x_2 . Show that the period of motion is :

$$2\pi \sqrt{\frac{x_1^2 - x_2^2}{V_2^2 - V_1^2}}$$

एक कण सरल आवर्त गति से एक सरल रेखा पर गतिमान है। जब कण की केन्द्र से दूरी x_1 तथा x_2 है तथा इसका वेग क्रमशः V_1 तथा V_2 है। सिद्ध कीजिए कि आवर्तकाल होगा :

$$2\pi \sqrt{\frac{x_1^2 - x_2^2}{V_2^2 - V_1^2}}$$

5. A particle moves with a central acceleration $\mu \left(u^5 - \frac{a^2 u^7}{8} \right)$, it is projected from a distance a with a velocity $\sqrt{25/7}$ times the velocity for a circle at that distance and at an inclination $\tan^{-1} (4/3)$ to the radius vector, show that its path is the curve :

$$ur^2 - a^2 = \frac{3a^2}{(1-\theta)^2}$$

एक कण केन्द्रीय त्वरण $\mu\left(u^5 - \frac{a^2 u^7}{8}\right)$ से गतिशील है। a दूरी से इसको ध्रुवान्तर से $\tan^{-1}(4/3)$ कोण बनाते हुए ऐसे वेग से फेंका जाता है कि एक वृत्त में गमन करने के लिए a दूरी पर वेग का $\sqrt{25/7}$ गुणा है, तब प्रदर्शित कीजिए कि कण के पथ का वक्र है :

$$ur^2 - a^2 = \frac{3a^2}{(1-\theta)^2}$$

Or

(अथवा)

The eccentricity of the earth's orbit round the sun is $1/60$, show that the earth's distance from the sun exceeds the length of the semi-major axis of the orbit during about 2 days more than half one year.

सूर्य के चारों ओर घूमने में पृथ्वी की कक्षा की उत्केन्द्रता $1/60$ है, प्रदर्शित कीजिए कि सूर्य से पृथ्वी की दूरी, कक्षा की अर्द्ध दीर्घाक्ष की लम्बाई से अर्द्ध-वर्ष से लगभग दो दिन अधिक तक ज्यादा रहेगी।

6. Five weightless rods of equal lengths are joined together so as to form a rhombus ABCD with one diagonal BD. If a weight W be attached to C and the system be suspended from A, show that there is a thrust in BD equal to $\frac{W}{\sqrt{3}}$.

समान लम्बाई के पाँच भारहीन छड़ परस्पर जोड़े गए हैं ताकि एक विकर्ण BD सहित समचतुर्भुज ABCD बने। यदि C पर एक भार W बांध दिया जाए और निकाय को A से लटकाया जाए, तो सिद्ध कीजिए

कि BD में प्रणोद $\frac{W}{\sqrt{3}}$ के तुल्य है।

Or

(अथवा)

A particle describes the curve $r = ae^\theta$ with constant angular velocity. Show that its radial acceleration is zero and transverse acceleration varies as its distance from the pole.

एक कण एकसमान कोणीय वेग से वक्र $r = ae^\theta$ में चलता है। सिद्ध कीजिए कि इसका क्षरीय त्वरण शून्य होगा तथा अनुप्रस्थ त्वरण इसकी ध्रुव से दूरी के समानुपाती होगा।

Section-C

(खण्ड-स)

7. If the end links of a uniform inextensible string of length l hanging freely under gravity slide along a fixed rough horizontal rod whose coefficient of friction is μ , show that atmost they can rest at a distance :

$$\mu l \log \left\{ \frac{1 + \sqrt{1 + \mu^2}}{\mu} \right\}$$

l लम्बाई की एकसमान अविस्तार्य डोरी के सिरों पर लगी कड़ियाँ, एक स्थिर रुक्ष क्षैतिज छड़ी पर फिसलती है जिसका घर्षण गुणांक μ है। सिद्ध कीजिए कि ये सिरे विरामावस्था में निम्न दूरी पर होंगे :

$$\mu l \log \left\{ \frac{1 + \sqrt{1 + \mu^2}}{\mu} \right\}$$

8. A particle performing S.H.M. in the line joining two points A and B on a smooth plane and is connected with these points by elastic string of natural lengths a and a' , the moduli of elasticity being λ and λ' respectively. Show that the periodic time is :

$$2\pi \sqrt{m \left(\frac{\lambda}{a} + \frac{\lambda'}{a'} \right)^{-1}}$$

m द्रव्यमान का एक कण एक चिकने तल पर स्थित दो बिन्दुओं A तथा B को मिलाने वाली रेखा पर सरल आवर्त गति से गतिमान है और वह इन बिन्दुओं से a तथा a' स्वाभाविक लम्बाई की प्रत्यास्थ डोरियों द्वारा बंधा हुआ है। यदि प्रत्यास्थ गुणांक क्रमशः λ तथा λ' हैं तो सिद्ध कीजिए कि आवर्तकाल होगा :

$$2\pi \sqrt{m \left(\frac{\lambda}{a} + \frac{\lambda'}{a'} \right)^{-1}}$$

9. A light elastic string of natural length l is hung by one end and to the other end tied successively particles of masses m_1 and m_2 . If t_1 and t_2 be the periods and c_1 and c_2 the statical extensions corresponding to these two weights, prove that $g(t_1^2 - t_2^2) = 4\pi^2(c_1 - c_2)$.

एक भारहीन प्रत्यास्थ डोरी जिसकी स्वाभाविक लम्बाई l है, एक सिरे से लटकाई जाती है तथा दूसरे सिरे से दो विभिन्न कण जिनकी संहति m_1 तथा m_2 है, बांधे गए हैं। यदि इनके संगति आवर्तकाल t_1 तथा t_2 हों तथा c_1 तथा c_2 इनके लिए स्थैतिक विस्तार हों, तो सिद्ध कीजिए कि $g(t_1^2 - t_2^2) = 4\pi^2(c_1 - c_2)$

10. If V_1 and V_2 are the velocities of a planet when it is respectively nearest and farthest from the sun, prove that :

$$(1 - e) V_1 = (1 + e) V_2$$

यदि V_1 तथा V_2 किसी ग्रह के रेखीय वेग हों जबकि वह सूर्य से क्रमशः न्यूनतम तथा अधिकतम दूरियों पर है तो सिद्ध कीजिए कि :

$$(1 - e) V_1 = (1 + e) V_2$$

11. Six equal rods AB, BC, CD, DE, EF and FA are each of weight W and are freely jointed at their extremities so as to form a hexagon, the rod AB is fixed in a horizontal position and the middle points of AB and DE are jointed by a string. Prove that the tension in the string is $3W$.

छः समान छड़ें AB, BC, CD, DE, EF तथा FA प्रत्येक W भार की हैं और स्वतंत्रतापूर्वक सिरों पर इस प्रकार जुड़ी हुई हैं कि एक षड्भुज बने। छड़ AB को क्षैतिज स्थिति में स्थिर रखा जाता है और AB, DE के मध्य बिन्दुओं को एक डोरी द्वारा जोड़ा जाता है। सिद्ध कीजिए कि डोरी में तनाव $3W$ है।