

Roll No. : .....

Total No. of Questions : 11 ]

[ Total No. of Printed Pages : 7

# ED-1065

B.Sc. B.Ed. (Ist Year) Examination, 2022

## MATHEMATICS

Paper - I (CC-5)

(Calculus)

Time : 3 Hours ]

[ Maximum Marks : 60

### Section-A

(Marks : 2 × 8 = 16)

*Note* :- Answer all *eight* questions (Answer limit 50 words). Each question carries 2 marks.

(खण्ड-अ)

(अंक : 2 × 8 = 16)

*नोट* :- सभी आठ प्रश्नों के उत्तर दीजिए (उत्तर-सीमा 50 शब्द)। प्रत्येक प्रश्न 2 अंक का है।

### Section-B

(Marks : 4 × 5 = 20)

*Note* :- Answer all *five* questions. Each question has internal choice (Answer limit 200 words). Each question carries 4 marks.

(खण्ड-ब)

(अंक : 4 × 5 = 20)

*नोट* :- सभी पाँच प्रश्नों के उत्तर दीजिए। प्रत्येक प्रश्न में विकल्प का चयन कीजिए (उत्तर-सीमा 200 शब्द)। प्रत्येक प्रश्न 4 अंक का है।

### Section-C

(Marks : 8 × 3 = 24)

*Note* :- Answer any *three* questions out of five (Answer limit 500 words). Each question carries 8 marks.

(खण्ड-स)

(अंक : 8 × 3 = 24)

*नोट* :- पाँच में से किन्हीं तीन प्रश्नों के उत्तर दीजिए (उत्तर-सीमा 500 शब्द)। प्रत्येक प्रश्न 8 अंक का है।

BR-1030

( 1 )

ED-1065 P.T.O.

## Section–A

(खण्ड-अ)

1. (i) For the ellipse  $x = a \cos \theta$ ,  $y = b \sin \theta$ , then prove that :

$$\frac{ds}{d\theta} = a\sqrt{1 - e^2 \cos^2 \theta}$$

दीर्घवृत्त  $x = a \cos \theta$ ,  $y = b \sin \theta$  के लिए सिद्ध कीजिए :

$$\frac{ds}{d\theta} = a\sqrt{1 - e^2 \cos^2 \theta}$$

- (ii) Define Pedal equation.

पदिक समीकरण को परिभाषित कीजिए।

- (iii) Define Homogeneous functions.

समघात फलन को समझाइए।

- (iv) Write the statements of Euler's theorem.

यूलर प्रमेय का कथन लिखिए।

- (v) Define Asymptotes.

अनंतस्पर्शी को समझाइए।

- (vi) Define Envelopes and Evolutes.

अन्वालोप व केन्द्रज को समझाइए।

(vii) Evaluate :

$$\int_0^3 \int_1^2 xy(1+x+y)dx.dy$$

मान ज्ञात कीजिए :

$$\int_0^3 \int_1^2 xy(1+x+y)dx.dy$$

(viii) Define Surface of solid of Revolution.

परिक्रमण ठोस पृष्ठ को समझाइए।

### Section-B

(खण्ड-ब)

2. Find the pedal equation of ellipse  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ .

दीर्घवृत्त  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$  का पदिक समीकरण ज्ञात कीजिए।

Or

(अथवा)

For the curve  $y = a \cosh\left(\frac{x}{a}\right)$  prove that  $\rho = \frac{y^2}{a}$ .

$\rho$  = Radius of curvature.

वक्र  $y = a \cosh\left(\frac{x}{a}\right)$  के लिए सिद्ध कीजिए कि  $\rho = \frac{y^2}{a}$

$\rho$  = वक्रता त्रिज्या।

3. If  $z = \tan^{-1}\left(\frac{y}{x}\right)$ , then prove that :

$$\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = 0$$

यदि  $z = \tan^{-1}\left(\frac{y}{x}\right)$ , तो सिद्ध कीजिए :

$$\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = 0$$

*Or*

(अथवा)

Show that the minimum value of the following function is  $3a^2$  :

$$\mu = xy + a^3 \left( \frac{1}{x} + \frac{1}{y} \right)$$

प्रदर्शित कीजिए कि निम्न फलन का निम्निष्ठ मान  $3a^2$  है :

$$\mu = xy + a^3 \left( \frac{1}{x} + \frac{1}{y} \right)$$

4. Find the envelope of the following family of straight lines.

निम्न सरल रेखाओं के कुल का अन्वालोप ज्ञात कीजिए :

$$y = mx + \sqrt{a^2 m^2 + b^2}$$

जहाँ  $m$  प्राचल है। (where  $m$  is the parameter).

*Or*

(अथवा)

Find the center of the Parabola  $y^2 = 4ax$ .

परवलय  $y^2 = 4ax$  का केन्द्र ज्ञात कीजिए।

5. Evaluate :

मान ज्ञात कीजिए :

$$\int_0^\pi \left\{ \int_0^{a(1+\cos\theta)} r^3 \sin\theta \cdot \cos\theta \cdot dr \right\} d\theta$$

*Or*

(अथवा)

Change the order of integration in the following integral :

निम्न समाकल में समाकलन का क्रम परिवर्तित कीजिए :

$$\int_0^{4a} \int_{\frac{x^2}{4a}}^{2\sqrt{ax}} f(x, y) \cdot dx dy$$

6. Find the area enclosed by cardioid  $r = a(1 + \cos \theta)$

कार्डिऑइड  $r = a(1 + \cos \theta)$  से घिरा हुआ क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

*Or*

(अथवा)

Find the area of the curve :

$$r = a(1 - \cos \theta)$$

वक्र :

$$r = a(1 - \cos \theta)$$

का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

### Section-C

(खण्ड-स)

7. Prove that for the cardioid  $r = a(1 + \cos \theta)$  :

(a)  $\rho \propto \sqrt{r}$

(b)  $9(\rho_1^2 + \rho_2^2) = 16a^2$

सिद्ध कीजिए कि कार्डिआयड  $r = a(1 + \cos \theta)$  के लिए :

(अ)  $\rho \propto \sqrt{r}$

(ब)  $9(\rho_1^2 + \rho_2^2) = 16a^2$

8. If  $\mu = \tan^{-1} \left( \frac{x^3 + y^3}{x + y} \right)$ , then prove that :

$$x \frac{\partial \mu}{\partial x} + y \frac{\partial \mu}{\partial y} = \sin 2\mu$$

यदि  $\mu = \tan^{-1}\left(\frac{x^3 + y^3}{x + y}\right)$ , तो सिद्ध कीजिए कि :

$$x \frac{\partial \mu}{\partial x} + y \frac{\partial \mu}{\partial y} = \sin 2\mu$$

9. Find the maximum and minimum value of  $\frac{x^2}{a^4} + \frac{y^2}{b^4} + \frac{z^2}{c^4}$ , when  $lx + my + nz = 0$

and  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$ .

$\frac{x^2}{a^4} + \frac{y^2}{b^4} + \frac{z^2}{c^4}$  का निम्न प्रतिबन्धों के अन्तर्गत उच्चतम तथा न्यूनतम मान ज्ञात कीजिए जब

$$lx + my + nz = 0 \text{ तथा } \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1.$$

10. Evaluate :

मान ज्ञात कीजिए :

(i)  $\int_0^{\log^2} \int_0^x \int_0^{x+\log y} e^{x+y+z} dx \cdot dy \cdot dz$

(ii)  $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \int_0^{a \cos \theta} r \sin \theta \cdot d\theta \cdot dr$

11. The ellipse  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$  revolves round its major axis. Find the surface area of the prolate spheroid generated.

दीर्घ वृत्त  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$  दीर्घ अक्ष के सापेक्ष घूमता है। परिक्रमण दीर्घाक्ष गोलाभ का पृष्ठीय क्षेत्रफल

ज्ञात कीजिए।