

Roll No. :

Total No. of Questions : 11]

[Total No. of Printed Pages : 7

BEED-423

B.Sc. B.Ed. (IVth Year) Examination, 2023

MATHEMATICS

Paper - II (CC-5)

(Discrete Mathematics)

Time : 3 Hours]

[Maximum Marks : 60

Section-A

(Marks : 2 × 8 = 16)

Note :- Answer all *eight* questions (Answer limit 50 words). Each question carries 2 marks.

(खण्ड-अ)

(अंक : 2 × 8 = 16)

नोट :- सभी आठ प्रश्नों के उत्तर दीजिए (उत्तर-सीमा 50 शब्द)। प्रत्येक प्रश्न 2 अंक का है।

Section-B

(Marks : 4 × 5 = 20)

Note :- Answer all *five* questions. Each question has internal choice (Answer limit 200 words). Each question carries 4 marks.

(खण्ड-ब)

(अंक : 4 × 5 = 20)

नोट :- सभी पाँच प्रश्नों के उत्तर दीजिए। प्रत्येक प्रश्न में विकल्प का चयन कीजिए (उत्तर-सीमा 200 शब्द)। प्रत्येक प्रश्न 4 अंक का है।

Section-C

(Marks : 8 × 3 = 24)

Note :- Answer any *three* questions out of five (Answer limit 500 words). Each question carries 8 marks.

(खण्ड-स)

(अंक : 8 × 3 = 24)

नोट :- पाँच में से किन्हीं तीन प्रश्नों के उत्तर दीजिए (उत्तर-सीमा 500 शब्द)। प्रत्येक प्रश्न 8 अंक का है।

BR-233

(1)

BEED-423 P.T.O.

Section–A

(खण्ड–अ)

1. (i) Define order relation.
क्रम सम्बन्ध को परिभाषित कीजिए।
- (ii) Define the Lattices.
जालक को परिभाषित कीजिए।
- (iii) What is degree of a vertex in Graph ?
ग्राफ में किसी शीर्ष की कोटि क्या है ?
- (iv) Define the Planar Graph.
समतलीय ग्राफ को परिभाषित कीजिए।
- (v) Define Diameter in a Tree.
वृक्ष में व्यास को परिभाषित कीजिए।
- (vi) Define Finite State Machine.
परिमित अवस्था मशीन को परिभाषित कीजिए।
- (vii) Write the Idempotent Laws in Boolean Algebra.
बूलीय बीजगणित में वर्ग सम नियम लिखिए।
- (viii) State Pigeon Hole Principle.
कपोत कोष्ठ सिद्धान्त लिखिए।

Section–B

(खण्ड–ब)

2. If A and B are finite setsm then :

$$| A \cup B | = | A | + | B | - | A \cap B |$$

यदि A तथा B परिमित समुच्चय है, तो :

$$| A \cup B | = | A | + | B | - | A \cap B |$$

Or

(अथवा)

The intersection of any *two* equivalence relations on a non-empty set is also an equivalence relation on the same set. Prove it.

किसी अरिक्त समुच्चय पर परिभाषित किन्हीं दो तुल्यता सम्बन्धों का सर्वनिष्ठ भी उसी समुच्चय पर एक तुल्यता सम्बन्ध होता है। सिद्ध करना है।

3. Define the following :

- (i) Language
- (ii) Regular Expression
- (iii) Regular Language
- (iv) Write a short note on Finite State Autometa

निम्नलिखित को परिभाषित कीजिए :

- (i) भाषा
- (ii) नियमित व्यंजक
- (iii) नियमित भाषा
- (iv) परिमित अवस्था ऑटोमेटा पर संक्षिप्त टिप्पणी लिखिए।

Or

(अथवा)

State and prove Pumping Lemma theorem.

पम्पिंग लेमा प्रमेय का कथन लिखकर सिद्ध कीजिए।

4. Define the following with example :

- (i) Even and odd vertices in graph
- (ii) Complete graph
- (iii) Bipartite graph
- (iv) Complementary graph

निम्नलिखित को उदाहरण सहित परिभाषित कीजिए :

- (i) सम तथा विषम शीर्ष ग्राफ
- (ii) पूर्ण ग्राफ
- (iii) द्विखण्डी ग्राफ
- (iv) पूरक ग्राफ

Or

(अथवा)

The number of vertices of odd degree in a graph G is always even. Prove it.

सिद्ध कीजिए कि ग्राफ G में विषम कोटि के शीर्षों की संख्या सदैव एक सम पूर्णांक होती है।

5. In a Boolean algebra $\langle B, +, \cdot, ' \rangle$, for any pair of elements $a, b \in B$, then :

$$a + b = 1 \text{ and } a \cdot b = 0 \Rightarrow b = a'$$

बूलीय बीजगणित $\langle B, +, \cdot, ' \rangle$ में किन्हीं दो अवयवों $a, b \in B$ के लिए :

$$a + b = 1 \text{ और } a \cdot b = 0 \Rightarrow b = a'$$

Or

(अथवा)

Express the following Boolean functions in their C.N.F. :

(i) $f(x_1, x_2) = (x_1 + x_2) \cdot (x_1' + x_2') \cdot x_1$

(ii) $f(x_1, x_2, x_3) = (x_1 + x_2) \cdot (x_1' + x_2')$

निम्नलिखित बूलियन फंक्शंस को उनके C.N.F. में व्यक्त कीजिए :

(i) $f(x_1, x_2) = (x_1 + x_2) \cdot (x_1' + x_2') \cdot x_1$

(ii) $f(x_1, x_2, x_3) = (x_1 + x_2) \cdot (x_1' + x_2')$

6. Every complemented distributive lattice (L, \leq) with $0 \neq 1$, determines a Boolean Algebra $\langle L, \vee, \wedge, ', 0, 1 \rangle$.

प्रत्येक बंटनात्मक पूरित जालक (L, \leq) जहाँ $0 \neq 1$ एक बूलीय बीजगणित $\langle L, \vee, \wedge, ', 0, 1 \rangle$ परिभाषित करता है।

Or

(अथवा)

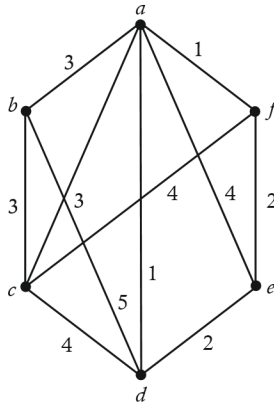
No Boolean Algebra can have exactly three distinct elements.

किसी भी बलीय बीजगणित में यथार्थतः तीन (तीन और केवल तीन) भिन्न-भिन्न अवयव नहीं हो सकते।

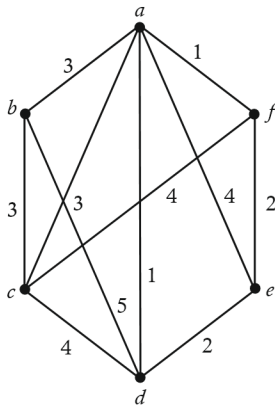
Section-C

(खण्ड-स)

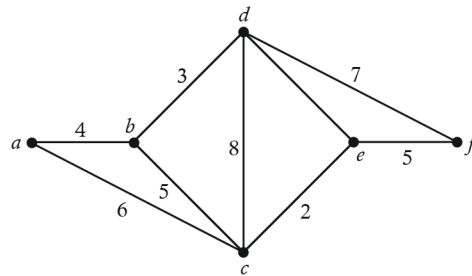
7. Find the minimal spanning tree for the weighted graph shown in the following figure Kruskal's and Prim's algorithm :



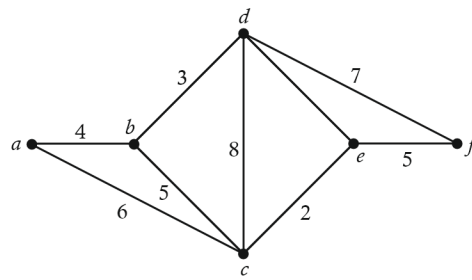
निम्न चित्र में प्रदर्शित भारित ग्राफ के लिए कृस्कल व प्रिम विधि के अन्तर्गत न्यूनतम जनक वृक्ष ज्ञात कीजिए :



8. Find the shortest path from the vertex a to f in the following weighted graph :



निम्न भारित ग्राफ में शीर्ष a से f तक लघुत्तम दूरी (लघुत्तम पथ) ज्ञात कीजिए :



9. Let $f: \mathbb{Q} - \{3\} \rightarrow \mathbb{Q}$ where :

$$f(x) = \frac{2x+3}{x-3} \forall x \in \mathbb{Q} - \{3\}$$

Then find whether f is one-one, onto or one-one onto.

माना फलन $f: \mathbb{Q} - \{3\} \rightarrow \mathbb{Q}$ निम्न प्रकार से परिभाषित है :

$$f(x) = \frac{2x+3}{x-3} \forall x \in \mathbb{Q} - \{3\}$$

बताइए कि क्या f एकैकी, आच्छादक अथवा एकैकी आच्छादक है ?

10. How many integers their between 1 and 1000 which are not divisible by 2, 3, 5 and 7.

1 तथा 1000 के मध्य ऐसे कितने पूर्णांक है जो 2, 3, 5 अथवा 7 से विभाजित नहीं होते ?

11. Find the solutions of the following recurrence relations :

(i) $a_r + 5a_{r-1} + 6a_{r-2} = 2r^2 - 3r + 1$

(ii) $a_r - 6a_{r-1} + 9a_{r-2} = r \cdot 3^r$

(iii) $a_r - 5a_{r-1} + 6a_{r-2} = 4^r$

(iv) $a_r - 4a_{r-1} + 4a_{r-2} = (r + 1)2^r$

निम्नलिखित पुनरावृत्ति सम्बन्धों के हल ज्ञात कीजिए :

(i) $a_r + 5a_{r-1} + 6a_{r-2} = 2r^2 - 3r + 1$

(ii) $a_r - 6a_{r-1} + 9a_{r-2} = r \cdot 3^r$

(iii) $a_r - 5a_{r-1} + 6a_{r-2} = 4^r$

(iv) $a_r - 4a_{r-1} + 4a_{r-2} = (r + 1)2^r$