

Roll No. : .....

Total No. of Questions : 11 ]

[ Total No. of Printed Pages : 4

# BEED-305

B.Sc. B.Ed. (IIIrd Year) Examination, 2023

## MATHEMATICS

Paper - I (CC-5)

(Complex Analysis)

Time : 3 Hours ]

[ Maximum Marks : 60

### Section-A

(Marks : 2 × 8 = 16)

**Note :-** Answer all *eight* questions (Answer limit 50 words). Each question carries 2 mark.

(खण्ड-अ)

(अंक : 2 × 8 = 16)

**नोट :-** सभी आठ प्रश्नों के उत्तर दीजिए (उत्तर-सीमा 50 शब्द)। प्रत्येक प्रश्न 2 अंक का है।

### Section-B

(Marks : 4 × 5 = 20)

**Note :-** Answer all *five* questions. Each question has internal choice (Answer limit 200 words). Each question carries 4 marks.

(खण्ड-ब)

(अंक : 4 × 5 = 20)

**नोट :-** सभी पाँच प्रश्नों के उत्तर दीजिए। प्रत्येक प्रश्न में विकल्प का चयन कीजिए (उत्तर-सीमा 200 शब्द)। प्रत्येक प्रश्न 4 अंक का है।

### Section-C

(Marks : 8 × 3 = 24)

**Note :-** Answer any *three* questions out of five (Answer limit 500 words). Each question carries 8 marks.

(खण्ड-स)

(अंक : 8 × 3 = 24)

**नोट :-** पाँच में से किन्हीं तीन प्रश्नों के उत्तर दीजिए (उत्तर-सीमा 500 शब्द)। प्रत्येक प्रश्न 8 अंक का है।

BR-74

( 1 )

BEED-305 P.T.O.

### Section–A (खण्ड–अ)

1. (i) Define Complex Number.  
सम्मिश्र संख्या को परिभाषित कीजिए।
- (ii) Define Analytic function.  
प्रसंवादी फलन को परिभाषित कीजिए।
- (iii) State Taylor's theorem.  
टेलर प्रमेय का कथन दीजिए।
- (iv) Define complex line Integral.  
सम्मिश्र रेखा समाकल को परिभाषित कीजिए।
- (v) Define essential Singularity.  
अनिवार्य विचित्रता को परिभाषित कीजिए।
- (vi) Write the Residue Formula at  $\infty$ .  
अनन्त ( $\infty$ ) पर अवशेष का सूत्र लिखिए।
- (vii) State Liouville's theorem.  
ल्युविले प्रमेय का कथन दीजिए।
- (viii) Define Contours.  
कंटूर को परिभाषित कीजिए।

### Section–B (खण्ड–ब)

2. Prove that the function  $f(z) = \sin x \cosh y + i \cos x \sinh y$  is continuous and analytic everywhere.

सिद्ध कीजिए कि फलन  $f(z) = \sin x \cosh y + i \cos x \sinh y$  सर्वत्र संतत एवं विश्लेषिक है।

**Or (अथवा)**

Prove that the function  $e^x(\cos y + i \sin y)$  or  $e^z$  is holomorphic and find its derivative.

सिद्ध कीजिए कि फलन  $e^x(\cos y + i \sin y)$  या  $e^z$  होलोमॉर्फिक है। इसका अवकलज भी ज्ञात कीजिए।

3. Evaluate :

मान ज्ञात कीजिए :

$$\int_0^{1+i} z^2 dz$$

**Or (अथवा)**

Find the value of :

मान ज्ञात कीजिए :

$$\int_{|z|=1} \frac{\sin^6 z}{\left[z - \frac{\pi}{6}\right]^3} dz$$

4. State and prove Poisson Integral formula.

प्लासां का समाकल सूत्र का कथन देते हुए सिद्ध कीजिए।

**Or (अथवा)**

State and prove Schwarz's Lemma.

स्वार्ज लेमा का कथन देते हुए सिद्ध कीजिए।

5. Find the residues of  $\frac{z^2}{(z-1)(z-2)(z-3)}$  at  $z = 1, 2, 3$  and infinity and show that

their sum is zero.

$\frac{z^2}{(z-1)(z-2)(z-3)}$  का  $z = 1, 2, 3$  एवं अनन्त पर अवशेष ज्ञात कीजिए तथा प्रदर्शित कीजिए कि उनका योग शून्य है।

**Or (अथवा)**

Use method of contour integration to prove that :

परिरेखा समाकलन द्वारा सिद्ध कीजिए कि :

$$\int_0^{2\pi} \frac{d\theta}{1+a^2-2a\cos\theta} = \frac{2\pi}{1-a^2}, 0 < a < 1.$$

6. State and prove fundamental theorem of algebra.

बीजगणित की मूलभूत प्रमेय का कथन देते हुए सिद्ध कीजिए।

**Or (अथवा)**

Find the residue of the function  $f(z) = \frac{1}{\sinh z}$  at the pole  $z = in\pi$ .

फलन  $f(z) = \frac{1}{\sinh z}$  का अनंतक  $z = in\pi$  पर अवशेष ज्ञात कीजिए।

**Section-C (खण्ड-स)**

7. Derive Cauchy-Riemann question in polar form.

कौशी-रीमान समीकरणों को ध्रुवीय रूप में व्युत्पन्न कीजिए।

8. Verify Cauchy's theorem for the function  $5 \sin 2z$ , if C is the square with vertices  $1 \pm i$  and  $-1 \pm i$ .

फलन  $5 \sin 2z$  के लिए कौशी समाकल प्रमेय का सत्यापन कीजिए, यदि C एक वर्ग है जिसके शीर्ष  $1 \pm i$  तथा  $-1 \pm i$  हैं।

9. State and prove Casorati Wierstrass theorem.

केसोराती वीरस्ट्रास प्रमेय का कथन देते हुए सिद्ध कीजिए।

10. Prove that :

सिद्ध कीजिए कि :

$$\int_0^{2\pi} \frac{d\theta}{(5 - 3 \sin \theta)^2} = \frac{5\pi}{32}$$

11. State and prove Rouché's theorem.

रूशे प्रमेय का कथन देते हुए सिद्ध कीजिए।