

Roll No. :

Total No. of Questions : 11]

[Total No. of Printed Pages : 4

BEED-141

B.Sc. B.Ed. (Ist Year) Examination, 2023

MATHEMATICS

Paper - I (CC-5)

(Calculus)

Time : 3 Hours]

[Maximum Marks : 60

Section-A

(Marks : 2 × 8 = 16)

Note :- Answer all *eight* questions (Answer limit 50 words). Each question carries 2 marks.

(खण्ड-अ)

(अंक : 2 × 8 = 16)

नोट :- सभी आठ प्रश्नों के उत्तर दीजिए (उत्तर-सीमा 50 शब्द)। प्रत्येक प्रश्न 2 अंक का है।

Section-B

(Marks : 4 × 5 = 20)

Note :- Answer all *five* questions. Each question has internal choice (Answer limit 200 words). Each question carries 4 marks.

(खण्ड-ब)

(अंक : 4 × 5 = 20)

नोट :- सभी पाँच प्रश्नों के उत्तर दीजिए। प्रत्येक प्रश्न में विकल्प का चयन कीजिए (उत्तर-सीमा 200 शब्द)। प्रत्येक प्रश्न 4 अंक का है।

Section-C

(Marks : 8 × 3 = 24)

Note :- Answer any *three* questions out of five (Answer limit 500 words). Each question carries 8 marks.

(खण्ड-स)

(अंक : 8 × 3 = 24)

नोट :- पाँच में से किन्हीं तीन प्रश्नों के उत्तर दीजिए (उत्तर-सीमा 500 शब्द)। प्रत्येक प्रश्न 8 अंक का है।

BR-175

(1)

BEED-141 P.T.O.

Section-A

(खण्ड-अ)

1. (i) Find the radius of the curvature at the point (S, ψ) on the curve :
$$S = a \log (\sec \psi + \tan \psi)$$

वक्र $S = a \log (\sec \psi + \tan \psi)$ के बिन्दु (S, ψ) पर वक्रता-त्रिज्या ज्ञात कीजिए।
- (ii) Define radius of curvature.
वक्रता-त्रिज्या को समझाइए।
- (iii) Define Homogeneous function.
समघात फलन को समझाइए।
- (iv) Write the necessary condition for $f(a, b)$ to be extreme value.
फलन $f(a, b)$ का चरम होने के लिए आवश्यक प्रतिबन्ध लिखिए।
- (v) Define Oblique Asymptote.
तिर्यक अनन्तस्पर्शी को समझाइए।
- (vi) Define Angle between Radius vector and Tangent.
ध्रुवान्तर रेखा तथा स्पर्श-रेखा के मध्य कोण को समझाइए।
- (vii) Evaluate :

$$\int_0^3 \int_1^2 xy (1 + x + y) dx dy$$

मान ज्ञात कीजिए :

$$\int_0^3 \int_1^2 xy (1 + x + y) dx dy$$

- (viii) Define rectification.
चापकलन को परिभाषित कीजिए।

Section-B

(खण्ड-ब)

2. Find the pedal equation of the parabola $y^2 = 4a(x + a)$:
वक्रवलय $y^2 = 4a(x + a)$ का पदिक समीकरण ज्ञात कीजिए।

Or

(अथवा)

Find the radius of the curvature of witch of Agnesi $y^2 = \frac{4a^2(2a - x)}{x}$ at its vertex.

वक्र $y^2 = \frac{4a^2(2a - x)}{x}$ (विच) के शीर्ष पर वक्रता-त्रिज्या ज्ञात कीजिए।

3. If $x^x y^y z^z = C$, show that at $x = y = z$, $\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} = -(x \log ex)^{-1}$.

यदि $x^x y^y z^z = C$ प्रदर्शित कीजिए कि $x = y = z$ पर $\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} = -(x \log ex)^{-1}$ ।

Or

(अथवा)

Find the points, where the value of $u = x^3 + y^3 - 3axy$ is maximum or minimum.

उन बिन्दुओं को ज्ञात कीजिए, जहाँ $u = x^3 + y^3 - 3axy$ का मान उच्चतम तथा न्यूनतम है।

4. Find the envelope of the straight lines $x \cos \alpha + y \sin \alpha = l \sin \alpha \cos \alpha$, where α is a parameter.

सरल रेखा $x \cos \alpha + y \sin \alpha = l \sin \alpha \cos \alpha$ का अन्वालोप ज्ञात कीजिए, जहाँ α प्राचल है।

Or

(अथवा)

Trace the curve $r = a(1 - \cos \theta)$.

वक्र $r = a(1 - \cos \theta)$ का अनुरेखण कीजिए।

5. Evaluate $\iint_R xy \, dx \, dy$, over the region in the positive quadrant for which $x + y \leq 1$.

उस धनात्मक पाद में जिसके लिए $x + y \leq 1$ हो, $\iint_R xy \, dx \, dy$ का मान ज्ञात कीजिए।

Or

(अथवा)

Evaluate :

$$\int_0^{\log 2} \int_0^x \int_0^{x+\log y} e^{x+y+z} \, dx \, dy \, dz$$

मान ज्ञात कीजिए :

$$\int_0^{\log 2} \int_0^x \int_0^{x+\log y} e^{x+y+z} \, dx \, dy \, dz$$

6. Find the whole area of the Lemniscate $r^2 = a^2 \cos 2\theta$.
लैमनिस्केट $r^2 = a^2 \cos 2\theta$ का सम्पूर्ण क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

Or

(अथवा)

Find the length of the arc of the Semi-cubical parabola $ay^2 = x^3$ from its vertex to the point (a, a) .

अर्धघन परवलय $ay^2 = x^3$ के शीर्ष से बिन्दु (a, a) तक की चाप की लम्बाई ज्ञात कीजिए।

Section-C

(खण्ड-स)

7. Show that at any point on the equiangular spiral $r = a e^{\theta \cot \alpha}$ the radius of curvature $\rho = r \operatorname{cosec} \alpha$ and that its subtends a right angle at the pole.

सिद्ध कीजिए कि समान कोणिक सर्पिल $r = a e^{\theta \cot \alpha}$ के किसी बिन्दु पर वक्रता-त्रिज्या $\rho = r \operatorname{cosec} \alpha$ होती है तथा यह ध्रुव पर समकोण बनाती है।

8. If $u = x \sin^{-1}\left(\frac{y}{x}\right)$, then prove that :

$$x^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + 2xy \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} + y^2 \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 0$$

यदि $u = x \sin^{-1}\left(\frac{y}{x}\right)$, सिद्ध कीजिए कि :

$$x^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + 2xy \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} + y^2 \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 0$$

9. Find the maxima and minima of $u = x^2 + y^2 + z^2$ subject to the condition $ax^2 + by^2 + cz^2 = 1$ and $lx + my + nz = 0$ Interpret the result geometrically.

प्रतिबन्धों $ax^2 + by^2 + cz^2 = 1$ तथा $lx + my + nz = 0$ के अन्तर्गत $u = x^2 + y^2 + z^2$ के उच्चिष्ठ और निम्निष्ठ ज्ञात कीजिए। परिणाम की ज्यामितीय व्याख्या भी कीजिए।

10. (i) Evaluate the following integral by changing its order.

निम्न समाकलन का क्रम बदलकर मान ज्ञात कीजिए :

$$\int_0^\infty \int_x^\infty \frac{e^{-y}}{y} dx dy$$

- (ii) Evaluate :

मान ज्ञात कीजिए :

$$\int_0^1 \int_0^{\sqrt{1+x^2}} \frac{dy dx}{1+x^2+y^2}$$

11. Find the surface area of the solid generated by the revolution of the astroid $x^{2/3} + y^{2/3} = a^{2/3}$ or $x = a \cos^3 t$, $y = a \sin^3 t$ about the x -axis.

एस्ट्रॉयड $x^{2/3} + y^{2/3} = a^{2/3}$ या $x = a \cos^3 t$, $y = a \sin^3 t$ को x -अक्ष के सापेक्ष घुमाने से बने ठोस का पृष्ठीय क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।