

Roll No. :

Total No. of Questions : 11]

[Total No. of Printed Pages : 7

A-320

B.A./B.Sc. (Part-III) Examination, 2023

MATHEMATICS

Paper - III

(Numerical Analysis and Optimization Techniques)

Time : 3 Hours]

[Maximum Marks : 68

Section-A

(Marks : 1 × 12 = 12)

Note :- Answer all *twelve* questions (Answer limit 50 words). Each question carries 1 mark.

(खण्ड-अ)

(अंक : 1 × 12 = 12)

नोट :- सभी बारह प्रश्नों के उत्तर दीजिए (उत्तर-सीमा 50 शब्द)। प्रत्येक प्रश्न 1 अंक का है।

Section-B

(Marks : 4 × 5 = 20)

Note :- Answer all *five* questions. Each question has internal choice (Answer limit 200 words). Each question carries 4 marks.

(खण्ड-ब)

(अंक : 4 × 5 = 20)

नोट :- सभी पाँच प्रश्नों के उत्तर दीजिए। प्रत्येक प्रश्न में विकल्प का चयन कीजिए (उत्तर-सीमा 200 शब्द)। प्रत्येक प्रश्न 4 अंक का है।

Section-C

(Marks : 12 × 3 = 36)

Note :- Answer any *three* questions out of five (Answer limit 500 words). Each question carries 12 marks.

(खण्ड-स)

(अंक : 12 × 3 = 36)

नोट :- पाँच में से किन्हीं तीन प्रश्नों के उत्तर दीजिए (उत्तर-सीमा 500 शब्द)। प्रत्येक प्रश्न 12 अंक का है।

BRI-217

(1)

A-320 P.T.O.

Section–A

(खण्ड–अ)

1. (i) Evaluate :

मान ज्ञात कीजिए :

$$\nabla \cos x$$

(ii) Evaluate :

मान ज्ञात कीजिए :

$$\Delta(\lfloor x \rfloor)$$

(iii) Write Newton-Gregory formula for backward interpolation.

न्यूटन-ग्रेगरी पश्च अन्तर्वेशन सूत्र लिखिए।

(iv) If $f(x) = \frac{1}{x}$, show that :

यदि $f(x) = \frac{1}{x}$, तो प्रदर्शित कीजिए :

$$f(a, b) = -\frac{1}{ab}$$

(v) With usual notation, prove that :

सामान्य संकेतन से सिद्ध कीजिए :

$$(E + I)\delta = 2(E - I)\mu$$

(vi) Write Trapezoidal rule.

ट्रेपिजोइडल नियम लिखिए।

(vii) Write formula for Regula-Falsi method.

रेगुला-फालसी विधि का सूत्र लिखिए।

(viii) Define slack variables and surplus variables.

न्यूनतापूरक चर एवं आधिक्यपूरक चर को परिभाषित कीजिए।

(ix) Write principle of duality.

द्वैतता का सिद्धान्त लिखिए।

(x) Explain the difference between a transportation problem and assignment problem.

परिवहन समस्या तथा नियतन समस्या के बीच अंतर स्पष्ट कीजिए।

(xi) Define Non-degenerate basic feasible solution.

अन-अपभ्रष्ट आधारी सुसंगत हल को परिभाषित कीजिए।

(xii) Write Mathematical formulation of transportation problem.

परिवहन समस्या का गणितीय गठन लिखिए।

Section-B

(खण्ड-ब)

2. Evaluate :

मान ज्ञात कीजिए :

$$\Delta \tan(ax + b)$$

Or

(अथवा)

By constructing a difference table, find the sixth term of the series :

8, 12, 19, 29, 42,

अन्तर सारणी बनाकर श्रेणी 8, 12, 19, 29, 42, का छठवाँ पद ज्ञात कीजिए।

3. Use Newton-Gregory forward difference interpolation formula to compute $y(3.62)$ from the following table :

न्यूटन-ग्रेगरी अग्र-अन्तर्वेशन सूत्र का प्रयोग कर निम्न सारणी से $y(3.62)$ के मान का आकलन कीजिए :

| | | | | |
|-----|--------|--------|--------|--------|
| x | 3.60 | 3.65 | 3.70 | 3.75 |
| y | 36.598 | 38.475 | 40.447 | 42.521 |

Or

(अथवा)

Find the polynomial of the lowest possible degree which assumes the values 3, 12, 15 and -21 when x has the values 3, 2, 1 and -1 respectively.

न्यूनतम घात वाला बहुपद ज्ञात कीजिए जो मान 3, 12, 15 और -21 ग्रहण करता है जब x के मान क्रमशः 3, 2, 1 और -1 हैं।

4. Find the value of $f(3)$ by Lagrange's interpolation formula from the following table :

लैग्रांज अन्तर्वेशन सूत्र का प्रयोग कर निम्न सारणी से $f(3)$ का मान ज्ञात कीजिए :

| | | | | | |
|--------|---|----|----|----|---|
| x | 0 | 1 | 2 | 4 | 5 |
| $f(x)$ | 0 | 16 | 48 | 88 | 0 |

Or

(अथवा)

Find $f'(5)$ from the following table :

निम्नलिखित सारणी से $f'(5)$ ज्ञात कीजिए :

| | | | | | | |
|-----|---|----|----|-----|-----|-----|
| x | 0 | 2 | 3 | 4 | 7 | 9 |
| y | 4 | 26 | 58 | 112 | 466 | 922 |

5. State and prove Simpson's one-third rule.

सिम्पसन के एक-तिहाई नियम का कथन एवं प्रमाण दीजिए।

Or

(अथवा)

Prove that the dual of the dual of a primal problem is the primal problem.

सिद्ध कीजिए कि आद्य समस्या के द्वैती की द्वैती, आद्य समस्या ही होती है।

6. Solve the following L.P.P. by Simplex method :

Max. : $Z = -2x_1 + x_2$

s.t. : $x_1 - x_2 \leq 10$

$$2x_1 - x_2 \leq 40$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$

निम्नलिखित रैखिक प्रोग्रामन समस्या को सिम्पलेक्स विधि से हल कीजिए :

अधिकतम कीजिए : $Z = -2x_1 + x_2$

प्रतिबंध : $x_1 - x_2 \leq 10$

$$2x_1 - x_2 \leq 40$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$

Or

(अथवा)

Solve the following transportation problem :

निम्नलिखित परिवहन समस्या को हल कीजिए :

| | D ₁ | D ₂ | D ₃ | D ₄ | a _i |
|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|
| O ₁ | 1 | 2 | 1 | 4 | 30 |
| O ₂ | 3 | 3 | 2 | 1 | 50 |
| O ₃ | 4 | 2 | 5 | 9 | 20 |
| b _j | 20 | 40 | 30 | 10 | |

Section-C

(खण्ड-स)

7. The population of a town in the decennial census were as under. Estimate the population for the year 1925.

| | | | | | | |
|---|-----|------|------|------|------|------|
| Year | x | 1891 | 1901 | 1911 | 1921 | 1931 |
| Population (in thousands) y | | 46 | 66 | 81 | 93 | 101 |

एक कस्बे की दस वर्षीय जनगणना निम्नानुसार थी। वर्ष 1925 के लिए जनसंख्या का अनुमान लगाइए :

| | | | | | | |
|---------------------------|-----|------|------|------|------|------|
| वर्ष | x | 1891 | 1901 | 1911 | 1921 | 1931 |
| जनसंख्या (हजारों में) y | | 46 | 66 | 81 | 93 | 101 |

8. Use Stirling formula to find y_{28} , given :

निम्नलिखित आँकड़ों में स्टिरलिंग सूत्र के प्रयोग से y_{28} ज्ञात कीजिए। दिया है :

$$y_{20} = 49225, y_{25} = 48316, y_{30} = 47236, y_{35} = 45926, y_{40} = 44306$$

9. Given the following data, find the value of the following integral using Simpson's

$\frac{1}{3}$ rd rule and compare it with the actual value :

दिए गए आँकड़ों से निम्न समाकल को सिम्पसन के एक-तिहाई $\left(\frac{1}{3}\right)$ नियम द्वारा मान ज्ञात कीजिए

तथा वास्तविक मान से तुलना कीजिए :

$$\int_0^4 e^x dx$$

$$[e^0 = 1, e^1 = 2.72, e^2 = 7.39, e^3 = 20.09, e^4 = 54.60]$$

10. Solve the following assignment problem :

निम्नलिखित नियतन समस्या को हल कीजिए :

| Jobs | Machines | | | | |
|------|----------|----|-----|----|----|
| | I | II | III | IV | V |
| A | 11 | 17 | 8 | 16 | 20 |
| B | 9 | 7 | 12 | 6 | 15 |
| C | 13 | 16 | 15 | 12 | 16 |
| D | 21 | 24 | 17 | 28 | 26 |
| E | 14 | 10 | 12 | 11 | 15 |

11. Solve the following L.P.P. by Simplex method :

Min. :

$$Z = x_1 + x_2$$

s.t. :

$$2x_1 + x_2 \geq 4$$

$$x_1 + 7x_2 \geq 7$$

and

$$x_1, x_2 \geq 0$$

निम्न रैखिक प्रोग्रामन समस्या को सिम्पलेक्स विधि से हल कीजिए :

निम्नतम :

$$Z = x_1 + x_2$$

प्रतिबंध :

$$2x_1 + x_2 \geq 4$$

$$x_1 + 7x_2 \geq 7$$

तथा

$$x_1, x_2 \geq 0$$