

Roll No. :

Total No. of Questions : 11]

[Total No. of Printed Pages : 7

A-131

B.A./B.Sc. (Part-I) Examination, 2023

MATHEMATICS

Paper - II

(Calculus)

Time : 3 Hours]

[Maximum Marks : 66

Section-A

(Marks : 1 × 10 = 10)

Note :- Answer all *ten* questions (Answer limit 50 words). Each question carries 1 mark.

(खण्ड-अ)

(अंक : 1 × 10 = 10)

नोट :- सभी दस प्रश्नों के उत्तर दीजिए (उत्तर-सीमा 50 शब्द)। प्रत्येक प्रश्न 1 अंक का है।

Section-B

(Marks : 4 × 5 = 20)

Note :- Answer all *five* questions. Each question has internal choice (Answer limit 200 words). Each question carries 4 marks.

(खण्ड-ब)

(अंक : 4 × 5 = 20)

नोट :- सभी पाँच प्रश्नों के उत्तर दीजिए। प्रत्येक प्रश्न में विकल्प का चयन करें (उत्तर-सीमा 200 शब्द)। प्रत्येक प्रश्न 4 अंक का है।

BRI-375

(1)

A-131 P.T.O.

Section–C

(Marks : 12 × 3 = 36)

Note :- Answer any *three* questions out of five (Answer limit **500** words). Each question carries **12** marks.

(खण्ड–स)

(अंक : 12 × 3 = 36)

नोट :- पाँच में से किन्हीं **तीन** प्रश्नों के उत्तर दीजिए (उत्तर-सीमा **500** शब्द)। प्रत्येक प्रश्न **12** अंक का है।

Section–A

(खण्ड–अ)

1. (i) Define Pedal Equation.

पदिक समीकरण की परिभाषा दीजिए।

(ii) Define Evolute.

केन्द्रज की परिभाषा दीजिए।

(iii) Define Homogeneous Function.

समघात फलन की परिभाषा दीजिए।

(iv) Define Jacobian.

जेकोबियन की परिभाषा दीजिए।

(v) Define Saddle Point.

पल्याण बिन्दु की परिभाषा दीजिए।

(vi) Define Singular point.

विचित्र बिन्दु की परिभाषा दीजिए।

(vii) Evaluate $\Gamma(-3/2)$.

$\Gamma(-3/2)$ का मान ज्ञात कीजिए।

(viii) Evaluate $\int_0^1 x^2 (1-x)^3 dx$.

$\int_0^1 x^2 (1-x)^3 dx$ का मान ज्ञात कीजिए।

(ix) Define Rectification.

चाप कलन की परिभाषा दीजिए।

(x) Define Quadrature.

क्षेत्रकलन की परिभाषा दीजिए।

Section-B

(खण्ड-ब)

2. Find the envelope of the straight line $x \cos \alpha + y \sin \alpha = l \sin \alpha \cos \alpha$, α is the parameter.

सरल रेखा $x \cos \alpha + y \sin \alpha = l \sin \alpha \cos \alpha$ का अन्वालोप ज्ञात कीजिए, α प्राचल है।

Or

(अथवा)

Find the pedal equation of the curve $x^2 + y^2 = 2ax$.

वक्र $x^2 + y^2 = 2ax$ का पदिक समीकरण ज्ञात कीजिए।

3. Verify Euler's theorem for the function :

$$f = \frac{x(x^3 - y^3)}{x^3 + y^3}$$

फलन $f = \frac{x(x^3 - y^3)}{x^3 + y^3}$ के लिए आयलर प्रमेय का सत्यापन कीजिए।

Or

(अथवा)

If $x + y + z = u$, $y + z = uv$, $z = uvw$, then show that :

$$\frac{\partial(x, y, z)}{\partial(u, v, w)} = u^2 v$$

यदि $x + y + z = u$, $y + z = uv$, $z = uvw$ हो, तो दिखाइए :

$$\frac{\partial(x, y, z)}{\partial(u, v, w)} = u^2 v$$

4. Find the points where the function $x^3 + y^3 - 3axy$ has maximum or minimum value.

उन बिन्दुओं को ज्ञात कीजिए जहाँ फलन $x^3 + y^3 - 3axy$ का मान उच्चतम या न्यूनतम है।

Or

(अथवा)

Find the points of inflexion of the curve :

$$y = 3x^4 - 4x^3 + 1$$

वक्र $y = 3x^4 - 4x^3 + 1$ के नति परिवर्तन बिन्दु ज्ञात कीजिए।

5. Evaluate :

$$\int_0^{\infty} \frac{\log(1+a^2x^2)}{(1+b^2x^2)} dx$$

ज्ञात कीजिए :

$$\int_0^{\infty} \frac{\log(1+a^2x^2)}{(1+b^2x^2)} dx$$

Or

(अथवा)

Change the order of integration :

$$\int_0^1 \int_x^{2x} f(x, y) dx dy$$

समाकलन का क्रम परिवर्तित कीजिए :

$$\int_0^1 \int_x^{2x} f(x, y) dx dy$$

6. Find the length of the arc of the curve $x^2 = 4ay$ from $(0, 0)$ to $(2a, a)$.

वक्र $x^2 = 4ay$ के बिन्दु $(0, 0)$ से $(2a, a)$ तक के चाप की लंबाई ज्ञात कीजिए।

Or

(अथवा)

Find :

$$\int_{-a}^a \int_{-b}^b \int_{-c}^c (x^2 + y^2 + z^3) dx dy dz$$

ज्ञात कीजिए :

$$\int_{-a}^a \int_{-b}^b \int_{-c}^c (x^2 + y^2 + z^3) dx dy dz$$

Section-C

(खण्ड-स)

7. Find the asymptotes of the curve :

$$y^3 - xy^2 - x^2y + x^3 + x^2 - y^2 - 1 = 0$$

वक्र $y^3 - xy^2 - x^2y + x^3 + x^2 - y^2 - 1 = 0$ की अनन्तस्पर्शियों को ज्ञात कीजिए।

8. If $V = f(x-y, y-z, z-x)$, then show that :

$$\frac{\partial V}{\partial x} + \frac{\partial V}{\partial y} + \frac{\partial V}{\partial z} = 0$$

यदि $V = f(x-y, y-z, z-x)$ हो, तो दिखाइए :

$$\frac{\partial V}{\partial x} + \frac{\partial V}{\partial y} + \frac{\partial V}{\partial z} = 0$$

9. Trace the Curve :

$$y^2(a - x) = x^2(a + x)$$

वक्र $y^2(a - x) = x^2(a + x)$ का अनुरेखण कीजिए।

10. Show that :

$$\Gamma(m)\Gamma\left(m + \frac{1}{2}\right) = \frac{\sqrt{\pi}}{2^{2m-1}} \Gamma(2m), m \in \mathbb{Z}$$

दिखाइए कि :

$$\Gamma(m)\Gamma\left(m + \frac{1}{2}\right) = \frac{\sqrt{\pi}}{2^{2m-1}} \Gamma(2m), m \in \mathbb{Z}$$

11. Find the volume of the solid generated by the revolution of the cardioid

$r = a(1 + \cos \theta)$ about initial line.

कार्डियोइड $r = a(1 + \cos \theta)$ के आरम्भिक रेखा के परितः परिक्रमण से जनित घनाकृति का आयतन

ज्ञात कीजिए।