

Roll No. :

Total No. of Questions : 11]

[Total No. of Printed Pages : 7

S-261

B.Sc. (Part-III) DUE IIInd Year Examination, 2021

MATHEMATICS

Paper - II

(Differential Equations)

Time : 1½ Hours]

[Maximum Marks : 66

Section-A

(Marks : 1 × 10 = 10)

Note :- Answer all *ten* questions (Answer limit **50** words). Each question carries 1 mark.

(खण्ड-अ)

(अंक : 1 × 10 = 10)

नोट :- सभी दस प्रश्नों के उत्तर दीजिए (उत्तर-सीमा 50 शब्द)। प्रत्येक प्रश्न 1 अंक का है।

Section-B

(Marks : 4 × 5 = 20)

Note :- Answer all *five* questions. Each question has internal choice (Answer limit **200** words). Each question carries 4 marks.

(खण्ड-ब)

(अंक : 4 × 5 = 20)

नोट :- सभी पाँच प्रश्नों के उत्तर दीजिए। प्रत्येक प्रश्न में विकल्प का चयन कीजिए (उत्तर-सीमा 200 शब्द)। प्रत्येक प्रश्न 4 अंक का है।

Section-C

(Marks : 12 × 3 = 36)

Note :- Answer any *three* questions out of five (Answer limit **500** words). Each question carries 12 marks.

(खण्ड-स)

(अंक : 12 × 3 = 36)

नोट :- पाँच में से किन्हीं तीन प्रश्नों के उत्तर दीजिए (उत्तर-सीमा 500 शब्द)। प्रत्येक प्रश्न 12 अंक का है।

BI-567

(1)

S-261 P.T.O.

Section-A

(खण्ड-अ)

1. (i) Solve :

$$(1 - x)dy - (3 + y)dx = 0$$

हल कीजिए :

$$(1 - x)dy - (3 + y)dx = 0$$

(ii) State the necessary and sufficient condition for a differential equation of first order and first degree to be exact.

प्रथम घात एवं प्रथम कोटि के अवकल समीकरण के यथातथ्य अवकल समीकरण होने के आवश्यक एवं पर्याप्त प्रतिबंध का कथन लिखिए।

(iii) Find particular integral (P.I.) of the following differential equation :

$$\{(D + 2)(D - 1)\}y = e^x$$

निम्नलिखित अवकल समीकरण का विशेष समाकल ज्ञात कीजिए :

$$\{(D + 2)(D - 1)\}y = e^x$$

(iv) Define Homogeneous Linear Differential Equation.

समघात रैखिक अवकल समीकरण को परिभाषित कीजिए।

(v) Find one part of C.F. (Complementary Function) of the following differential equation :

$$x^2 \frac{d^2y}{dx^2} - 2x(1+x) \frac{dy}{dx} + 2(1+x)y = x^3$$

निम्नलिखित अवकल समीकरण के पूरक फलन का एक भाग ज्ञात कीजिए :

$$x^2 \frac{d^2y}{dx^2} - 2x(1+x) \frac{dy}{dx} + 2(1+x)y = x^3$$

(vi) What do you mean by standard power series ?

मानक घात श्रेणी से आप क्या समझते हैं ?

(vii) Solve :

$$x^2p + y^2q = z^2$$

हल कीजिए :

$$x^2p + y^2q = z^2$$

(viii) Write Charpit's Auxiliary Equation.

चारपिट का सहायक समीकरण लिखिए।

(ix) Solve :

$$(D^4 - 2D^3D' + 2DD'^3 - D'^4)z = 0$$

हल कीजिए :

$$(D^4 - 2D^3D' + 2DD'^3 - D'^4)z = 0$$

(x) Solve :

$$t = \sin xy$$

हल कीजिए :

$$t = \sin xy$$

Section-B

(खण्ड-ब)

2. Solve :

$$\frac{dy}{dx} + x \sin 2y = x^3 \cos^2 y$$

हल कीजिए :

$$\frac{dy}{dx} + x \sin 2y = x^3 \cos^2 y$$

Or

(अथवा)

Solve :

$$y = -px + x^4 p^2$$

हल कीजिए :

$$y = -px + x^4 p^2$$

3. Solve :

$$(D^2 - 4D + 4)y = e^{2x} + \sin 2x$$

हल कीजिए :

$$(D^2 - 4D + 4)y = e^{2x} + \sin 2x$$

Or

(अथवा)

Solve :

$$\frac{yz}{x^2 + y^2} dx - \frac{xz}{x^2 + y^2} dy - \tan^{-1}\left(\frac{y}{x}\right) dz = 0$$

हल कीजिए :

$$\frac{yz}{x^2 + y^2} dx - \frac{xz}{x^2 + y^2} dy - \tan^{-1}\left(\frac{y}{x}\right) dz = 0$$

4. Solve :

$$\frac{d^2y}{dx^2} - \cot x \frac{dy}{dx} - (1 - \cot x)y = e^x \sin x$$

हल कीजिए :

$$\frac{d^2y}{dx^2} - \cot x \frac{dy}{dx} - (1 - \cot x)y = e^x \sin x$$

Or

(अथवा)

Use the method of variation of parameters to solve the following :

$$\frac{d^2y}{dx^2} - y = \frac{2}{1+e^x}$$

निम्नलिखित को प्राचल विचरण विधि से हल कीजिए :

$$\frac{d^2y}{dx^2} - y = \frac{2}{1+e^x}$$

5. Solve :

$$\left(\frac{y-z}{yz}\right)p + \left(\frac{z-x}{zx}\right)q = \frac{x-y}{xy}$$

हल कीजिए :

$$\left(\frac{y-z}{yz}\right)p + \left(\frac{z-x}{zx}\right)q = \frac{x-y}{xy}$$

Or

(अथवा)

Solve :

$$yz p^2 = q$$

हल कीजिए :

$$yz p^2 = q$$

6. Solve :

$$x^2 \frac{\partial^2 z}{\partial x^2} - y^2 \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = xy$$

हल कीजिए :

$$x^2 \frac{\partial^2 z}{\partial x^2} - y^2 \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = xy$$

Or

(अथवा)

Find a surface satisfying $t = 6x^3y$, and containing two lines $y = 0 = z$, $y = 1 = z$.

दो रेखाओं $y = 0 = z$ तथा $y = 1 = z$ को अन्तर्विष्ट करने एवं पृष्ठ $t = 6x^3y$ को संतुष्ट करने वाला पृष्ठ ज्ञात कीजिए।

Section-C

(खण्ड-स)

7. (i) Use the substitutions $y = u$ and $xy = v$ to solve the following equation :

$$x^2p^2 + yp(2x + y) + y^2 = 0$$

प्रतिस्थापन $y = u$ तथा $xy = v$ का प्रयोग कर निम्न समीकरण हल कीजिए :

$$x^2p^2 + yp(2x + y) + y^2 = 0$$

- (ii) Solve and examine for singular solution :

$$(8p^3 - 27)x = 12p^2y$$

हल कीजिए एवं विचित्र हल का परीक्षण कीजिए :

$$(8p^3 - 27)x = 12p^2y$$

8. (i) Solve :

$$x^2 \frac{d^2y}{dx^2} - x \frac{dy}{dx} - 3y = x^2 \log x$$

हल कीजिए :

$$x^2 \frac{d^2y}{dx^2} - x \frac{dy}{dx} - 3y = x^2 \log x$$

(ii) Solve :

$$tDx = t - 2x$$

$$tDy = tx + ty + 2x - t$$

हल कीजिए :

$$tDx = t - 2x$$

$$tDy = tx + ty + 2x - t$$

9. Find the series solution of the linear differential equation :

$$4xy'' + 2y' + y = 0$$

निम्न रैखिक अवकल समीकरण का श्रेणी हल ज्ञात कीजिए :

$$4xy'' + 2y' + y = 0$$

10. Solve :

$$px + qy = z(1 + pq)^{1/2}$$

हल कीजिए :

$$px + qy = z(1 + pq)^{1/2}$$

11. Solve :

$$2x^2r - 5xys + 2y^2t + 2(px + qy) = 0$$

हल कीजिए :

$$2x^2r - 5xys + 2y^2t + 2(px + qy) = 0$$