Roll No. : .....

Total No. of Questions : **11**] [Total No. of Printed Pages : **7**

EDE–370

B.Sc. B.Ed. (IIIrd Year) Examination, 2021

MATHEMATICS

Paper - II (CC-5)

(Mechanics)

Time : 1½ Hours] [*Maximum Marks : **60***

Section–A **(Marks : 2 × 8 = 16)**

Note :– Answer all *eight* questions (Answer limit **50** words). Each question carries **2** marks.

(खण्ड–अ) **(अंक : 2 × 8 = 16)**

नोट :– सभी **आठ** प्रश्नों के उत्तर दीजिए (उत्तर-सीमा **50** शब्द)। प्रत्येक प्रश्न **2** अंक का है।

Section–B **(Marks : 4 × 5 = 20)**

Note :– Answer all *five* questions. Each question has internal choice (Answer limit **200** words). Each question carries **4** marks.

(खण्ड–ब) **(अंक : 4 × 5 = 20)**

नोट :– सभी **पाँच** प्रश्नों के उत्तर दीजिए। प्रत्येक प्रश्न में विकल्प का चयन कीजिए (उत्तर-सीमा **200** शब्द)। प्रत्येक प्रश्न **4** अंक का है।

Section–C **(Marks : 8 × 3 = 24)**

Note :– Answer any *three* questions out of five (Answer limit **500** words). Each question carries **8** marks.

(खण्ड–स) **(अंक : 8 × 3 = 24)**

नोट :– पाँच में से किन्हीं **तीन** प्रश्नों के उत्तर दीजिए (उत्तर-सीमा **500** शब्द)। प्रत्येक प्रश्न **8** अंक का है।

Section–A

(खण्ड–अ) 2 each

1. Attempt all questions. Answer should not exceed **50** words in each question.

   सभी प्रश्नों के उत्तर दीजिए। प्रत्येक प्रश्न का उत्तर **50** शब्दों से अधिक नहीं होना चाहिए।

   (i) Write statement of Lami's theorem.

   लैमी प्रमेय का कथन लिखिए।

   (ii) Define Virtual Work.

   कल्पित कार्य को परिभाषित कीजिए।

   (iii) Define Null line and Null point.

   शून्य आघूर्ण रेखाएँ व शून्य विक्षेप स्थिति को परिभाषित कीजिए।

   (iv) Define stable and unstable equilibrium.

   स्थायी एवं अस्थायी संतुलन को परिभाषित कीजिए।

   (v) Prove that :

   $$r^2 \dot{\theta} = vp$$

   सिद्ध कीजिए :

   $$r^2 \dot{\theta} = vp$$

   (vi) Define Amplitude of SHM.

   सरल आवर्त गति का आयाम परिभाषित कीजिए।

   (vii) Define Terminal Velocity.

   अन्तिम वेग को परिभाषित कीजिए।

   (viii) Define Hooke's law for elastic string.

   प्रत्यास्थ्य डोरी के लिए हुक का नियम लिखिए।

Section–B

(खण्ड–ब) 4 each

2. Find the CG of the segment of a sphere of radius '*a*' cut-off by a plane at '*a*'.

   '*a*' त्रिज्या के गोले के उस खण्ड की CG ज्ञात कीजिए जो '*a*' पर एक समतल से कटा है।

Or

(अथवा)

Three forces P, Q and R act along the sides of a triangle formed by the lines $x + y = 1$, $y - x = 1$ and $y = 2$. Find the equation of the line of action of their resultant.

तीन बल P, Q और R रेखाओं $x + y = 1$, $y - x = 1$ और $y = 2$ द्वारा निर्मित त्रिभुज की भुजाओं के अनुदिश क्रियाशील हैं। उनके परिणामी बल की क्रिया रेखा का समीकरण ज्ञात कीजिए।

3. Two rods each of length $2a$ have their ends united at an angle α and are placed in a vertical plane on a sphere of radius 'r'. Prove that the equilibrium is stable or unstable according as $a >$ or $< 2r$ cosec α.

$2a$ लम्बाई की दो छड़ों के एक-एक सिरे α कोण पर जोड़ दिए गए हैं और उनको ऊर्ध्वाधर समतल में r त्रिज्या वाले चिकने गोले पर रख दिया गया है। सिद्ध कीजिए कि संतुलन स्थायी या अस्थायी होगा जबकि $a >$ or $< 2r$ cosec α ।

Or

(अथवा)

Three forces each equal to P act on a body one at the point (a, 0, 0) paralled to O_y, the second at the point (0, b, 0) parallel to O_z and the third at the point (0, 0, c) parallel to O_x. The axes being rectangular, find the resultant wrench in magnitude and position.

तीन समान बल प्रत्येक P के बराबर एक पिण्ड के बिन्दु (a, 0, 0), (0, b, 0) व (0, 0, c) पर क्रियाशील हैं तथा क्रमशः O_y, O_z तथा O_x के समानान्तर हैं। अक्ष आयतीय है तो परिणामी रेन्ज का परिमाण एवं स्थिति ज्ञात कीजिए।

4. If h be the height due to the velocity v at the earth's surface supposing atractions constant and H be the corresponding height when the variation of gravity is taken into account. If r is radius of earth, then prove that :

$$\frac{1}{h} - \frac{1}{H} = \frac{1}{r}$$

यदि गुरुत्वाकर्षण को अचर माना जाये तो पृथ्वी तल से v वेग से फेंका गया कोई कण h ऊँचाई तक पहुँचता है और जब गुरुत्वाकर्षण में परिवर्तन को ध्यान में रखा जाये तो कण H ऊँचाई तक पहुँचता है। यदि पृथ्वी की त्रिज्या r है, तो सिद्ध कीजिए कि :

$$\frac{1}{h}-\frac{1}{\mathrm{H}}=\frac{1}{r}$$

Or

(अथवा)

A particle moves in a curve so that its tangential and normal accelerations are equal and the angular velocity of the tangent is constant. Find the curve.

एक कण किसी वक्र में इस प्रकार चलता है कि इसके स्पर्शरेखीय एवं अभिलाम्बिक त्वरण सदैव समान रहते हैं और स्पर्शरेखा का कोणीय वेग अचर रहता है। वक्र ज्ञात कीजिए।

5. Discuss the motion of a particle of mass m which falls vertical downward from rest through a medium whose resistance varies as velocity.

m द्रव्यमान का कोई कण जो गुरुत्वाकर्षण (अचर) के अधीन विरामावस्था से ऐसे माध्यम में होकर गिरता है जिसका प्रतिरोध वेग के समानुपाती है। कण की गति की विवेचना कीजिए।

Or

(अथवा)

If corresponding two masses m_1 and m_2 attached to the end of a vertical elastic string T_1 and T_2 be the period of small oscillations and a_1, a_2 the statical extensions corresponding to these masses prove that :

$$g\left(\mathrm{T}_1^2-\mathrm{T}_2^2\right)=4\pi^2(a_1-a_2)$$

यदि संगत दो द्रव्यमान m_1 तथा m_2 एक ऊर्ध्वाधर लोचदार डोरी T_1 तथा T_2 के सिरे से जुड़े हैं, छोटे दोलन की आवर्त है तथा इन द्रव्यमानों के अनुरूप स्थैतिक विस्तार a_1, a_2 हैं, सिद्ध कीजिए कि :

$$g\left(\mathrm{T}_1^2-\mathrm{T}_2^2\right)=4\pi^2(a_1-a_2)$$

6. A ball moving with velocity u, impinges directly on an equal ball B moving with velocity v in the opposite direction. If e is the coefficient of restitution and A be brought to rest after impact prove that :

$$u : v = (1 + e) : (1 - e)$$

u वेग से जाती हुई एक गेंद A विपरीत दिशा से v वेग से आती दूसरी बराबर की गेंद B से सीधा संघट्ट करती है। यदि प्रत्यानयन गुणांक e हो और संघट्ट के बाद गेंद A विरामावस्था में आ जाये तो सिद्ध कीजिए :

$$u : v = (1 + e) : (1 - e)$$

Or

(अथवा)

If v_1 and v_2 are the velocities of a planet when it is respectively nearest and farthest from the sun prove that :

$$(1 - e)v_1 = (1 + e)v_2$$

यदि v_1 तथा v_2 किसी ग्रह के उस समय के वेग हों जबकि वह सूर्य से क्रमशः न्यूनतम और अधिकतम दूरियों पर है तो सिद्ध कीजिए :

$$(1 - e)v_1 = (1 + e)v_2$$

Section–C

(खण्ड–स) 8 each

7. Find the force towards the pole when a particle describes the curve $r = a \sin \theta$.

   एक कण वक्र $r = a \sin \theta$ निर्मित करता है तो ध्रुव की ओर निर्दिष्ट बल ज्ञात कीजिए।

8. A particle is projected from the lowest point of a vertical circle with velocity just sufficient to carry it to the highest point. Find when and where it leave the circle.

   एक कण ऊर्ध्वाधर वृत्त के निम्नतम बिन्दु से ऐसे वेग से फेंका जाता है जो उसे ठीक सर्वोच्च बिन्दु तक ले जा सके। ज्ञात कीजिए कि कण वृत्त को कब और कहाँ छोड़ेगा ?

9. A particle describes equiangular spiral $r = ae^{m\theta}$ with constant speed. Find the radial and transverse components of its velocity and acceleration.

   एक कण एकसमान कोणीय सर्पिल $r = ae^{m\theta}$ में समान चाल से चलता है इसके अरीय और अनुप्रस्थ वेग तथा त्वरण ज्ञात कीजिए।

10. (a) A string of length a forms the shorter diagonal of a rhombus formed of four uniform rods, each of length b and weight W which are hinged together. If one of the rods be supported in a horizontal position, prove that the tension of the string is :

$$\frac{2W(2b^2 - a)}{b\sqrt{(4b^2 - a^2)}}$$

a लम्बाई की एक डोरी एकसमान परस्पर जुड़े हुए दण्डों द्वारा बने समचतुर्भुज का छोटे वाला विकर्ण बनाती है जहाँ प्रत्येक दण्ड की लम्बाई b और भार W है। यदि उनमें से एक दण्ड क्षैतिज स्थिति में आधारित किया गया हो तो सिद्ध कीजिए कि डोरी में तनाव :

$$\frac{2W(2b^2 - a^2)}{b\sqrt{(4b^2 - a^2)}}$$

है।

(b) A uniform chain of length l, is to be suspended from two points A and B in the same horizontal line so that either terminal tension is 'n' times that at the lowest point; show that :

$$\text{span} = AB = \frac{1}{\sqrt{n^2 - 1}} \log_e \left\{ n + \sqrt{n^2 - 1} \right\}$$

l लम्बाई की एकसमान जंजीर क्षैतिज रेखा के दो बिन्दु A तथा B के मध्य झूलती है जिसके सिरों पर तनाव निम्नतम बिन्दु पर तनाव का n गुणा है तो सिद्ध कीजिए :

$$\text{विस्तृति} = AB = \frac{1}{\sqrt{n^2 - 1}} \log_e \left\{ n + \sqrt{n^2 - 1} \right\}$$

11. Equal weights P and P are attached to two strings ACP and BCP passing over a smooth peg C. AB is a heavy beam of weight W whose centre of gravity is 'a' ft from A and 'b' ft from B. Show that AB is inclined to the horizon at an angle :

$$\tan^{-1}\left[\frac{a-b}{a+b} \tan\left(\sin^{-1} \frac{W}{2P} \right) \right]$$

समान भार P, P दो डोरियों ACP और BCP द्वारा लटकाये जाते हैं, डोरियाँ एक चिकनी खूँटी C के ऊपर से जाती है जो एक भारी दण्ड AB के सिरों पर बँधी है। यदि दण्ड का भार W हो और उसका गुरुत्व केन्द्र A से 'a' फुट तथा B से 'b' फुट दूरी पर हो तो सिद्ध कीजिए कि AB क्षैतिज के साथ निम्न कोण बनाती है :

$$\tan^{-1}\left[\frac{a-b}{a+b}\tan\left(\sin^{-1}\frac{W}{2P}\right)\right]$$