

Roll No. : .....

Total No. of Questions : 11 ]

[ Total No. of Printed Pages : 4

# EDE-220

B.A. B.Ed. (IInd Year) Examination, 2021

## MATHAMETICS

Paper - II (CC-5)

(Real Analysis)

Time : 1½ Hours ]

[ Maximum Marks : 50

### Section-A

(Marks : 1.5 × 8 = 12)

**Note :-** Answer all *eight* questions (Answer limit 50 words). Each question carries 1.5 marks.

(खण्ड-अ)

(अंक : 1.5 × 8 = 12)

**नोट :-** सभी आठ प्रश्नों के उत्तर दीजिए (उत्तर-सीमा 50 शब्द)। प्रत्येक प्रश्न 1.5 अंक का है।

### Section-B

(Marks : 4 × 5 = 20)

**Note :-** Answer all *five* questions. Each question has internal choice (Answer limit 200 words). Each question carries 4 marks.

(खण्ड-ब)

(अंक : 4 × 5 = 20)

**नोट :-** सभी पाँच प्रश्नों के उत्तर दीजिए। प्रत्येक प्रश्न में विकल्प का चयन कीजिए (उत्तर-सीमा 200 शब्द)। प्रत्येक प्रश्न 4 अंक का है।

### Section-C

(Marks : 6 × 3 = 18)

**Note :-** Answer any *three* questions out of five (Answer limit 500 words). Each question carries 6 marks.

(खण्ड-स)

(अंक : 6 × 3 = 18)

**नोट :-** पाँच में से किन्हीं तीन प्रश्नों के उत्तर दीजिए (उत्तर-सीमा 500 शब्द)। प्रत्येक प्रश्न 6 अंक का है।

BI-915

( 1 )

EDE-220 P.T.O.

**Section–A (खण्ड–अ)**

1.5 each

**Note** :- Attempt all questions. Answer limit **50** words.

सभी प्रश्नों के उत्तर दीजिए। उत्तर सीमा **50** शब्द।

- (i) Define denseness property of real numbers.  
वास्तविक संख्याओं के सघनता गुणधर्म को परिभाषित कीजिये।
- (ii) Which type of discontinuity is present in the function

$$f(x) = \begin{cases} 0 & ; x = 0 \\ \sin \frac{1}{x} & ; x \neq 0 \end{cases} \text{ at } x = 0 \text{ and why ?}$$

$$\text{फलन } f(x) = \begin{cases} 0 & ; x = 0 \\ \sin \frac{1}{x} & ; x \neq 0 \end{cases} \text{ में } x = 0 \text{ पर किस प्रकार असांतत्य है व क्यों ?}$$

- (iii) Write the statements of Darboux theorem.  
डारबू प्रमेय का कथन लिखिए।
- (iv) Define pointwise convergence of sequence of functions.  
फलनों की अनुक्रम का बिन्दुशः अभिसरण को परिभाषित कीजिये।
- (v) Write the statement of fundamental theorem of integral calculus.  
समाकलन गणित की मूलभूत प्रमेय का कथन लिखिये।
- (vi) State the Leibnitz theorem.  
लाइबनित्ज प्रमेय का कथन कीजिये।
- (vii) State the Taylor's theorem.  
टेलर प्रमेय का कथन दीजिये।
- (viii) Define Abel's test.  
अबेल के परीक्षण को परिभाषित कीजिए।

**Section–B (खण्ड–ब)**

4 each

**Note** :- Attempt all questions. Answer limit **200** words.

सभी प्रश्नों के उत्तर दीजिए। उत्तर सीमा **200** शब्द।

2. If  $p$  and  $q$  are rational number and irrational number respectively, prove that  $pq$  and  $p + q$  are irrational numbers.

यदि  $p$  तथा  $q$  क्रमशः परिमेय तथा अपरिमेय संख्या हों, तो सिद्ध कीजिये कि  $pq$  एवं  $p + q$  अपरिमेय संख्याएँ हैं।

**Or (अथवा)**

If  $p$  is prime number, then prove that  $\sqrt{p}$  is not rational number.

यदि  $p$  एक अभाज्य संख्या हों, तो सिद्ध कीजिये  $\sqrt{p}$  एक परिमेय संख्या नहीं होगी।

3. State differentiability. What are the chain rules of differentiability.  
अवकलनीयता को परिभाषित कीजिए। अवकलनीयता के शृंखला नियम क्या हैं ?

**Or (अथवा)**

What is the geometrical interpretation of mean value theorem ?  
माध्य मान प्रमेय की ज्यामितीय व्याख्या क्या है ?

4. Prove that a differentiable function is continuous.  
सिद्ध कीजिए कि एक अवकलनीय फलन सतत् है।

**Or (अथवा)**

State and prove mean value theorem of integral calculus.  
समाकलन गणित की माध्य मान प्रमेय का कथन लिखकर सिद्ध कीजिए।

5. When monotonic sequences are bounded ?  
मोनोटोनिक अनुक्रम कब बाध्य होते हैं ?

**Or (अथवा)**

Prove that the image of a Cauchy sequence under a uniform continuous map is a Cauchy sequence.

सिद्ध कीजिए कि एक कॉशी अनुक्रम का एकसमान सतत् फलन के सापेक्ष प्रतिबिम्ब भी कॉशी अनुक्रम होता है।

6. Show that the sequence  $\langle f_n \rangle$  is not uniformly convergent at  $x = 0$ , where

$$f_n(x) = nx(1-x)^n, \forall x \in [0, 1]$$

प्रदर्शित कीजिए कि  $x = 0$  पर अनुक्रम  $\langle f_n \rangle$  एकसमान अभिसारी नहीं है जहाँ

$$f_n(x) = nx(1-x)^n, \forall x \in [0, 1]$$

**Or (अथवा)**

Taking an example, explain the uniform of convergence of series of functions.  
फलनों की श्रेणी के एकसमान अभिसरण के उदाहरण देकर समझाइये।

**Section-C (खण्ड-स)**

6 each

**Note :-** Attempt any *three* questions out of five. Answer limit **500** words.

पाँच प्रश्नों में से किन्हीं **तीन** प्रश्नों का उत्तर दीजिए। उत्तर सीमा **500** शब्द।

7. For what value of  $a$ , the following function is continuous at  $(0, 0)$

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{x^2}{\sqrt{x^2 + y^2}} & ; (x, y) \neq (0, 0) \\ a & ; (x, y) = (0, 0) \end{cases}$$

निम्न फलन  $a$  के किस मान के लिए बिन्दु  $(0, 0)$  पर सतत् है :

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{x^2}{\sqrt{x^2 + y^2}} & ; (x, y) \neq (0, 0) \\ a & ; (x, y) = (0, 0) \end{cases}$$

8. Test the continuity and differentiability of the function  $f(x) = |x - 1| + |x - 2|$  on the interval  $[0, 3]$ .

फलन  $f(x) = |x - 1| + |x - 2|$  की अन्तराल  $[0, 3]$  में सांतत्य व अवकलनीयता की जाँच कीजिये।

9. Show that the function :

$$f(x) = \begin{cases} \sqrt{1-x^2} & \text{(if } x \text{ is rational)} \\ 1-x, & \text{(if } x \text{ is irrational)} \end{cases}$$

is not Riemann-integral on  $[0, 1]$ .

प्रदर्शित कीजिये कि फलन :

$$f(x) = \begin{cases} \sqrt{1-x^2} & \text{(यदि } x \text{ परिमेय है)} \\ 1-x, & \text{(यदि } x \text{ अपरिमेय है)} \end{cases}$$

अन्तराल  $[0, 1]$  पर रीमान-समाकलनीय नहीं है।

10. Test the following series for uniform converge :

$$\sum \left[ \frac{nx}{1+n^2x^2} - \frac{(n-1)x}{1+(n-1)^2x^2} \right]$$

निम्न श्रेणी के एकसमान अभिसारी होने का परीक्षण कीजिए :

$$\sum \left[ \frac{nx}{1+n^2x^2} - \frac{(n-1)x}{1+(n-1)^2x^2} \right]$$

11. Show that the series :

$$\frac{x}{1+x} + \frac{x}{(1+x)(1+2x)} + \frac{x}{(1+2x)(1+3x)} + \dots$$

is uniformly convergent on the interval  $[a, \infty]$ ,  $a > 0$ , but it is pointwise convergent on  $[0, \infty]$ .

प्रदर्शित कीजिए कि श्रेणी :

$$\frac{x}{1+x} + \frac{x}{(1+x)(1+2x)} + \frac{x}{(1+2x)(1+3x)} + \dots$$

अन्तराल  $[a, \infty]$  में एकसमान अभिसारी है, जहाँ  $a > 0$ , परन्तु अन्तराल  $[0, \infty]$  में यह बिन्दुशः अभिसारी है।