

Roll No. : .....

Total No. of Questions : 11 ]

[ Total No. of Printed Pages : 4

# EDE-218

B.Sc. B.Ed. (IInd Year) Examination, 2021

## MATHEMATICS

Paper - I (CC-5)

(Abstract Algebra)

Time : 1½ Hours ]

[ Maximum Marks : 60

### Section-A

(Marks : 2 × 8 = 16)

**Note :-** Answer all *eight* questions (Answer limit 50 words). Each question carries 2 marks.

(खण्ड-अ)

(अंक : 2 × 8 = 16)

**नोट :-** सभी आठ प्रश्नों के उत्तर दीजिए (उत्तर-सीमा 50 शब्द)। प्रत्येक प्रश्न 2 अंक का है।

### Section-B

(Marks : 4 × 5 = 20)

**Note :-** Answer all *five* questions. Each question has internal choice (Answer limit 200 words). Each question carries 4 marks.

(खण्ड-ब)

(अंक : 4 × 5 = 20)

**नोट :-** सभी पाँच प्रश्नों के उत्तर दीजिए। प्रत्येक प्रश्न में विकल्प का चयन कीजिए (उत्तर-सीमा 200 शब्द)। प्रत्येक प्रश्न 4 अंक का है।

### Section-C

(Marks : 8 × 3 = 24)

**Note :-** Answer any *three* questions out of five (Answer limit 500 words). Each question carries 8 marks.

(खण्ड-स)

(अंक : 8 × 3 = 24)

**नोट :-** पाँच में से किन्हीं तीन प्रश्नों के उत्तर दीजिए (उत्तर-सीमा 500 शब्द)। प्रत्येक प्रश्न 8 अंक का है।

BI-913

( 1 )

EDE-218 P.T.O.

**Section–A (खण्ड–अ)**

2 each

1. Attempt all questions. Answer should not exceed **50** words in each question.

सभी दस प्रश्नों के उत्तर दीजिए। प्रत्येक प्रश्न का उत्तर **50** शब्दों से अधिक नहीं होना चाहिए।

(i) Define Binary Operations.

द्विआधारी संक्रिया को परिभाषित कीजिए।

(ii) Define order of an element of a group.

समूह के अवयव की कोटि को परिभाषित कीजिए।

(iii) Define Subgroup.

उप-समूह को परिभाषित कीजिए।

(iv) Define Cyclic Group.

चक्रीय समूह को परिभाषित कीजिए।

(v) Define Kernel of homomorphism.

समाकारिता की अष्टि को परिभाषित कीजिए।

(vi) Define integral domain.

पूर्णांकीय प्रान्त को परिभाषित कीजिए।

(vii) Define Prime Field.

अभाज्य क्षेत्र को परिभाषित कीजिए।

(viii) Define Maximal ideal.

उच्चिष्ठ गुणजावली को परिभाषित कीजिए।

**Section–B (खण्ड–ब)**

4 each

**Note** :- Attempt all questions. Answer should not exceed **200** words in each question.

सभी प्रश्नों के उत्तर दीजिए। प्रत्येक प्रश्न का उत्तर **200** शब्दों से अधिक नहीं होना चाहिए।

2. The order of every element of a finite group is finite and less than or equal to the order of group.

*i.e.*  $\forall a \in G, o(a) \leq o(G)$

किसी परिमित गुप के प्रत्येक अवयव की कोटि परिमित एवं गुप की कोटि से कम या बराबर होती है :

अर्थात्  $\forall a \in G, o(a) \leq o(G)$

**Or (अथवा)**

If  $a, b$  are any two elements of a group  $G$ ; then show that  $G$  is an abelian group :  
iff  $(ab)^2 = a^2b^2$ .

यदि  $a, b$  किसी समूह  $G$  के दो अवयव हों तो सिद्ध कीजिए कि  $G$  एक आबेली समूह है :  
यदि  $(ab)^2 = a^2b^2$ ।

3. The intersection of two any subgroups of a group  $G$  is again a subgroup of  $G$ .  
किसी समूह  $G$  के दो उपसमूहों का सर्वनिष्ठ  $G$  का एक उपसमूह होता है।

**Or (अथवा)**

If  $f$  is a homomorphism from a group  $G$  to  $G'$  with kernel  $K$ , then  $K \triangleleft G$ .

यदि  $f$  समूह  $G$  से  $G'$  पर एक समाकारिता हो तो  $f$  की अष्टि  $K \triangleleft G$ ।

4. A subgroup  $H$  of a group  $G$  is a normal subgroup iff  $xHx^{-1} = H, \forall x \in G$ .  
किसी समूह  $G$  का कोई उपसमूह  $H$  एक प्रसामान्य उपग्रुप होता है यदि  $xHx^{-1} = H, \forall x \in G$ ।

**Or (अथवा)**

Every quotient group of an abelian group is abelian but not conversely.

एक आबेली समूह का प्रत्येक विभाग समूह आबेली होता है किन्तु विलोम अनिवार्यतः सत्य नहीं है।

5. Every field is an integral domain but its converse is not true.

प्रत्येक क्षेत्र एक पूर्णाकीय प्रांत होता है परन्तु इसका विलोम सदैव सत्य नहीं होता।

**Or (अथवा)**

If  $a$  be an element of a ring  $R$ , then prove that the normalizer of  $a$  in  $R$  :

$$N(a) = \{r \in R \mid ar = ra\}$$

is a subring of  $R$ .

यदि  $a$  किसी वलय  $R$  का अवयव हो, तो सिद्ध कीजिए कि  $R$  में  $a$  का प्रसामान्यक :

$$N(a) = \{r \in R \mid ar = ra\}$$

$R$  का एक उपवलय है।

6. If  $U$  is an ideal of a ring with unity  $1 \in U$ , then  $U = R$ , where  $1$  is the unity element of  $R$ .

यदि  $U$  किसी वलय  $R$  में एक ऐसी गुणजावली हो कि  $1 \in U$ , तो  $U = R$ , जहाँ  $1$   $R$  का गुणनात्मक तत्समक अवयव है।

**Or (अथवा)**

The ring  $Z$  of integers is a Euclidean ring.

पूर्णाकों का वलय  $Z$  यूक्लिडीय वलय है।

Section-C (खण्ड-स)

8 each

**Note :-** Attempt any *three* questions out of five. Answer should not exceed **500** words in each question.

पाँच में से किन्हीं **तीन** प्रश्नों के उत्तर दीजिए। प्रत्येक प्रश्न का उत्तर **500** शब्दों से अधिक नहीं होना चाहिए।

7. Show that the set  $Q^+$  of the positive rational numbers forms an abelian group for operation  $*$  defined as :

$$a * b = \frac{ab}{2} \quad \forall a, b \in Q^+$$

सिद्ध कीजिए कि धनात्मक परिमेय संख्याओं का समुच्चय  $Q^+$ , संक्रिया  $*$  के लिए एक क्रमविनिमेय समूह है जहाँ  $*$  निम्न प्रकार परिभाषित है :

$$a * b = \frac{ab}{2} \quad \forall a, b \in Q^+$$

8. If  $\sigma = (1 \ 7 \ 2 \ 6 \ 3 \ 5 \ 8 \ 4)$

and  $\rho = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \\ 2 & 5 & 4 & 3 & 8 & 7 & 6 & 1 \end{pmatrix}$

then prove that :

$$\rho \sigma \rho^{-1} = (\rho(1) \ \rho(7) \ \rho(2) \ \rho(6) \ \rho(3) \ \rho(5) \ \rho(8) \ \rho(4))$$

यदि  $\sigma = (1 \ 7 \ 2 \ 6 \ 3 \ 5 \ 8 \ 4)$

तथा  $\rho = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \\ 2 & 5 & 4 & 3 & 8 & 7 & 6 & 1 \end{pmatrix}$

है तो सिद्ध कीजिए :

$$\rho \sigma \rho^{-1} = (\rho(1) \ \rho(7) \ \rho(2) \ \rho(6) \ \rho(3) \ \rho(5) \ \rho(8) \ \rho(4))$$

9. Every group is homomorphic to its quotient group.

प्रत्येक समूह अपने विभाग समूह के समाकारी होता है।

10. Ring  $(Z_p = \{0, 1, 2, 3, \dots, p-1\}, +_p, \times_p)$  is an integral domain iff  $p$  is prime.

वलय  $(Z_p = \{0, 1, 2, 3, \dots, p-1\}, +_p, \times_p)$  एक पूर्णाकीय प्रान्त होता है यदि  $p$  अभाज्य है।

11. The ring  $(Z, +, \times)$  of integers is a principal ideal ring.

पूर्णाकों का वलय  $(Z, +, \times)$  एक मुख्य गुणजावली वलय है।