

Roll No. :

Total No. of Questions : 11]

[Total No. of Printed Pages : 4

EDE-188

B.Sc. B.Ed. (Ist Year) Examination, 2021

MATHEMATICS

Paper - I (CC-5)

(Calculus)

Time : 1½ Hours]

[Maximum Marks : 60

Section-A

(Marks : 2 × 8 = 16)

Note :- Answer all *eight* questions (Answer limit 50 words). Each question carries 2 marks.

(खण्ड-अ)

(अंक : 2 × 8 = 16)

नोट :- सभी आठ प्रश्नों के उत्तर दीजिए (उत्तर-सीमा 50 शब्द)। प्रत्येक प्रश्न 2 अंक का है।

Section-B

(Marks : 4 × 5 = 20)

Note :- Answer all *five* questions (Answer limit 200 words). Each question has internal choice. Each question carries 4 marks.

(खण्ड-ब)

(अंक : 4 × 5 = 20)

नोट :- सभी पाँच प्रश्नों के उत्तर दीजिए (उत्तर-सीमा 200 शब्द)। प्रत्येक प्रश्न में विकल्प का चयन कीजिए। प्रत्येक प्रश्न 4 अंक का है।

Section-C

(Marks : 8 × 3 = 24)

Note :- Answer any *three* questions out of five (Answer limit 500 words). Each question carries 8 marks.

(खण्ड-स)

(अंक : 8 × 3 = 24)

नोट :- पाँच में से किन्हीं तीन प्रश्नों के उत्तर दीजिए (उत्तर-सीमा 500 शब्द)। प्रत्येक प्रश्न 8 अंक का है।

BI-1069

(1)

EDE-188 P.T.O.

Section–A (खण्ड–अ)

1. Attempt all *eight* questions. Answer should not exceed **50** words in each question.
सभी **आठ** प्रश्नों के उत्तर दीजिए। प्रत्येक प्रश्न का उत्तर **50** शब्दों से अधिक नहीं होना चाहिए।

- (i) Define polar tangent and polar normal.
ध्रुवीय स्पर्शी एवं ध्रुवीय अभिलम्ब को परिभाषित कीजिए।
- (ii) Define Curvature.
वक्रता को परिभाषित कीजिए।
- (iii) Define Oblique Asymptote.
तिर्यक अनन्तस्पर्शी को परिभाषित कीजिए।
- (iv) Define Concavity and Convexity.
अवतलता एवं उत्तलता को परिभाषित कीजिए।
- (v) Define Euler's theorem on homogeneous functions.
समघात फलनों के लिए आयलर प्रमेय को परिभाषित कीजिए।
- (vi) Define Dirichlet's integral formula for tripple integral.
त्रि-समाकल के लिए डिरिचलेट समाकल को परिभाषित कीजिए।
- (vii) Evaluate $\int_0^{\pi/2} \sin^3 x dx$.
मान ज्ञात कीजिए $\int_0^{\pi/2} \sin^3 x dx$ ।
- (viii) Define Quadrature and Rectification.
क्षेत्रकलन एवं चापकलन को परिभाषित कीजिए।

Section–B (खण्ड–ब)

2. Find the pedal equation of the cardioid $r = a(1 - \cos \theta)$.
कार्डियोइड $r = a(1 - \cos \theta)$ का पदिक समीकरण ज्ञात कीजिए।

Or (अथवा)

For any curve, if ρ is the radius of curvature and $\tan \phi = r \frac{d\theta}{dr}$, then prove that :

$$\frac{r}{\rho} = \sin \phi \left(1 + \frac{d\phi}{d\theta} \right)$$

यदि किसी वक्र की वक्रता त्रिज्या ρ तथा $\tan \phi = r \frac{d\theta}{dr}$ है, तो सिद्ध कीजिए :

$$\frac{r}{\rho} = \sin \phi \left(1 + \frac{d\phi}{d\theta} \right)$$

3. If $u = \log \left\{ \frac{x^4 + y^4}{x + y} \right\}$, then prove that :

$$x \frac{\partial u}{\partial x} + y \frac{\partial u}{\partial y} = 3$$

यदि $u = \log \left\{ \frac{x^4 + y^4}{x + y} \right\}$, तो सिद्ध कीजिए :

$$x \frac{\partial u}{\partial x} + y \frac{\partial u}{\partial y} = 3$$

Or (अथवा)

Find the points where the function $x^3 + y^3 - 3axy$ has max. or min. value.

उन बिन्दुओं को ज्ञात कीजिए जहाँ फलन $x^3 + y^3 - 3axy$ का मान उच्चतम या न्यूनतम है।

4. Find the asymptotes of the following curve $x^3 + 2x^2y - xy^2 - 2y^3 + xy - y^2 - 1 = 0$.
निम्नलिखित वक्र की अनन्तस्पर्शियाँ ज्ञात कीजिए :

$$x^3 + 2x^2y - xy^2 - 2y^3 + xy - y^2 - 1 = 0$$

Or (अथवा)

Trace the Folium :

$$x^3 + y^3 = 3axy$$

फोलियम का अनुरेखण कीजिए :

$$x^3 + y^3 = 3axy$$

5. Integrate $r \sin \theta$ over the area of the cardioid $r = a(1 + \cos \theta)$ about the initial line.

कार्डियोड $r = a(1 + \cos \theta)$ के आरम्भिक रेखा से ऊपर वाले क्षेत्र पर $r \sin \theta$ का समाकलन कीजिए।

Or (अथवा)

Evaluate $\int_0^a \int_0^x \int_0^{x+y} e^{x+y+z} dx dy dz$.

मान ज्ञात कीजिए $\int_0^a \int_0^x \int_0^{x+y} e^{x+y+z} dx dy dz$ ।

6. Find the whole area of the Lemniscate $r^2 = a^2 \cos 2\theta$.

द्विपाशी $r^2 = a^2 \cos 2\theta$ का सम्पूर्ण क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

Or (अथवा)

Find the intrinsic equation of the parabola $y^2 = 4ax$ taking origin as the fixed point.

मूल बिन्दु को स्थिर बिन्दु मानकर परवलय $y^2 = 4ax$ का नैज समीकरण ज्ञात कीजिए।

Section-C (खण्ड-स)

7. With usual notations, prove that for any curve :

$$\frac{d^2r}{ds^2} = \frac{\sin^2 \phi}{r} - \frac{\sin \phi}{\rho}$$

सामान्य संकेतन से किसी वक्र के लिए सिद्ध कीजिए :

$$\frac{d^2r}{ds^2} = \frac{\sin^2 \phi}{r} - \frac{\sin \phi}{\rho}$$

8. If $u = f\left(\frac{x}{y}, \frac{y}{z}, \frac{z}{x}\right)$; then prove that $x \frac{\partial u}{\partial x} + y \frac{\partial u}{\partial y} + z \frac{\partial u}{\partial z} = 0$.

यदि $u = f\left(\frac{x}{y}, \frac{y}{z}, \frac{z}{x}\right)$ है, तो सिद्ध कीजिए $x \frac{\partial u}{\partial x} + y \frac{\partial u}{\partial y} + z \frac{\partial u}{\partial z} = 0$ ।

9. Prove that the origin is a node or conjugate point on the curve $y^2 = bx \tan\left(\frac{x}{a}\right)$, if a and b are of same or opposite sign.

सिद्ध कीजिए कि वक्र $y^2 = bx \tan\left(\frac{x}{a}\right)$ के मूल बिन्दु पर एक नोड या संयुग्मी बिन्दु होगा यदि a और b समान या विपरीत चिह्न के हैं।

10. Change the order of integration in the following double integral :

$$\int_0^{2a} \int_{\frac{\sqrt{2ax}}{\sqrt{2ax-x^2}}}^{\sqrt{2ax}} V dx dy$$

निम्न द्वि-समाकलन का क्रम बदलिए :

$$\int_0^{2a} \int_{\frac{\sqrt{2ax}}{\sqrt{2ax-x^2}}}^{\sqrt{2ax}} V dx dy$$

11. Find the volume of the solid generated by the revolution of the cissoid about its asymptote :

$$y^2(2a - x) = x^3 \quad (\text{Cartesian form})$$

or $x = 2a \sin^2 t, y = \frac{2a \sin^3 t}{\cos t} \quad (\text{Parametric form})$

निम्नलिखित सिसॉयड द्वारा अपने अनन्तस्पर्शी के परितः परिक्रमण से जनित घनाकृति का आयतन ज्ञात कीजिए :

$$y^2(2a - x) = x^3 \quad (\text{कार्तीय रूप})$$

या $x = 2a \sin^2 t, y = \frac{2a \sin^3 t}{\cos t} \quad (\text{प्राचलिक रूप})$