

Roll No. :

Total No. of Questions : 16]

[Total No. of Printed Pages : 7

A-114

B.A. (Part-III) DUE Ist Year Examination, 2021

MATHEMATICS

Paper - I

(Algebra)

Time : 1½ Hours]

[Maximum Marks : 66

Section-A

(Marks : 1 × 10 = 10)

Note :- Answer all *ten* questions (Answer limit 50 words). Each question carries 1 mark.

(खण्ड-अ)

(अंक : 1 × 10 = 10)

नोट :- सभी दस प्रश्नों के उत्तर दीजिए (उत्तर-सीमा 50 शब्द)। प्रत्येक प्रश्न 1 अंक का है।

Section-B

(Marks : 4 × 5 = 20)

Note :- Answer all *five* questions (Answer limit 200 words). Each question has internal choice. Each question carries 4 marks.

(खण्ड-ब)

(अंक : 4 × 5 = 20)

नोट :- किन्हीं पाँच प्रश्नों के उत्तर दीजिए (उत्तर-सीमा 200 शब्द) प्रत्येक प्रश्न में विकल्प का चयन कीजिए। प्रत्येक प्रश्न 4 अंक का है।

Section-C

(Marks : 12 × 3 = 36)

Note :- Answer any *three* questions out of five (Answer limit 500 words). Each question carries 12 marks.

(खण्ड-स)

(अंक : 12 × 3 = 36)

नोट :- पाँच में से किन्हीं तीन प्रश्नों के उत्तर दीजिए (उत्तर-सीमा 500 शब्द)। प्रत्येक प्रश्न 12 अंक का है।

BI-490

(1)

A-114 P.T.O.

Section–A

(खण्ड–अ)

1. If roots of the equation $ax^4 - bx^3 + cx^2 + dx + c = 0$ are $\alpha, \beta, \gamma, \delta$, then find :

यदि समीकरण $ax^4 - bx^3 + cx^2 + dx + c = 0$ के मूल $\alpha, \beta, \gamma, \delta$ हों, तो ज्ञात कीजिए :

(i) $\Sigma\alpha\beta$

(ii) $\Sigma\alpha\beta\gamma$

- (iii) What do you mean by Hermitian Matrix ?

हर्मिशियन मैट्रिक्स से आप क्या समझते हैं ?

- (iv) What do you mean by Echelon form of matrix ?

मैट्रिक्स के एसलन रूप से आप क्या समझते हैं ?

For the group $(Z, *)$, where $*$ is defined as $a * b = a + b + 1, \forall a, b \in Z$ find :

समूह $(Z, *)$, जहाँ $*$ इस प्रकार परिभाषित है $a * b = a + b + 1, \forall a, b \in Z$ ज्ञात कीजिए :

- (v) Identity element.

तत्समक अवयव।

- (vi) Inverse of element 'a'.

अवयव 'a' के प्रतिलोम।

- (vii) Define One-one homomorphism.

एकैकी समाकारिता को परिभाषित कीजिए।

(viii) Define Kernel of homomorphism.

समाकारिता की अष्टि को परिभाषित कीजिए।

(ix) State Cayley's theorem.

कैली की प्रमेय का कथन लिखिए।

(x) What is Transposition ?

पक्षान्तरण किसे कहते हैं ?

Section-B

(खण्ड-ब)

Unit-I

(इकाई-I)

2. Find the equation whose roots are 5 less than the roots of the equation :

$$2x^5 - x^3 + 10x - 8 = 0$$

वह समीकरण ज्ञात कीजिए जिसके मूल समीकरण $2x^5 - x^3 + 10x - 8 = 0$ के मूलों से 5 कम है।

Or

(अथवा)

3. Remove the third term from the equation $2x^3 - 15x^2 + 24x - 7 = 0$.

समीकरण $2x^3 - 15x^2 + 24x - 7 = 0$ से तीसरा पद हटाइए।

Unit-II

(इकाई-II)

4. Find row rank and column rank of matrix A, where :

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 4 & 3 \\ 0 & 2 & 2 \end{pmatrix}$$

मैट्रिक्स A का पंक्ति व स्तम्भ कोटि ज्ञात कीजिए, जहाँ :

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 4 & 3 \\ 0 & 2 & 2 \end{pmatrix}$$

Or

(अथवा)

5. Find inverse of matrix B using Cayley-Hamilton's theorem, where :

$$B = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 \\ 2 & -3 & 0 \\ 1 & 1 & -1 \end{pmatrix}$$

कैली-हेमिल्टन प्रमेय का प्रयोग कर मैट्रिक्स B का प्रतिलोम ज्ञात कीजिए, जहाँ :

$$B = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 \\ 2 & -3 & 0 \\ 1 & 1 & -1 \end{pmatrix}$$

Unit-III

(इकाई-III)

6. Show that union of two subgroups is not necessarily a subgroup.

दिखाइए कि दो उपसमूहों का संघ उपसमूह होना आवश्यक नहीं है।

Or

(अथवा)

7. Find all cosets of $H = \{0, 4\}$ in the group $G = (Z_8, +_8)$.
समूह $G = (Z_8, +_8)$ में $H = \{0, 4\}$ के सभी सहसमुच्चय ज्ञात कीजिए।

Unit-IV

(इकाई-IV)

8. Show that kernel of homomorphism of groups is a normal subgroup of the group.

दिखाइए कि समाकारिता की अष्टि, समूह का विशिष्ट उपसमूह होता है।

Or

(अथवा)

9. Find the quotient group $\frac{G}{H}$, where :

$$G = \langle \{1, -1, i, -i\}, \cdot \rangle, H = \langle \{1, -1\}, \cdot \rangle$$

विभाग समूह $\frac{G}{H}$ ज्ञात कीजिए, जहाँ :

$$G = \langle \{1, -1, i, -i\}, \cdot \rangle, H = \langle \{1, -1\}, \cdot \rangle$$

Unit-V

(इकाई-V)

10. List all permutations on three symbols 1, 2, 3.

तीन संकेतों 1, 2, 3 पर सारे क्रमचय लिखिए।

Or

(अथवा)

11. Find the order of each element of the group :

$$(\{0, 1, 2, 3, 4\}, +_5)$$

समूह $(\{0, 1, 2, 3, 4\}, +_5)$ के प्रत्येक अवयव की कोटि ज्ञात कीजिए।

Section-C

(खण्ड-स)

12. Solve by Cardon's Method :

$$x^3 - 7x + 6 = 0$$

कार्डन विधि द्वारा हल कीजिए :

$$x^3 - 7x + 6 = 0$$

13. Solve by applying matrix theory :

$$2x - y + 3z = 8$$

$$-x + 2y + z = 4$$

$$3x + y - 4z = 0$$

मैट्रिक्स सिद्धान्त का प्रयोग कर हल कीजिए :

$$2x - y + 3z = 8$$

$$-x + 2y + z = 4$$

$$3x + y - 4z = 0$$

14. Show that a semi-group G is a group iff for all elements $a, b \in G$, the equations :

$$ax = b$$

$$ya = b$$

have unique solution in G.

दिखाइए कि सेमी-समूह G समूह होता है यदि और केवल यदि G के प्रत्येक अवयव a, b के लिए समीकरण :

$$ax = b$$

$$ya = b$$

के अद्वितीय हल G में हों।

15. If $f: G \rightarrow \frac{G}{H}$ be an epimorphism of groups, then find kernel of f .

यदि $f: G \rightarrow \frac{G}{H}$ आच्छादक समूह समाकरिता हो, तो f की अष्टि ज्ञात कीजिए।

16. Show that the set A_n of all even permutations of degree n is a group of order $\frac{n!}{2}$.

दिखाइए कि n घात के सभी सम क्रमचर्यों का समुच्चय A_n समूह होता है तथा इसकी कोटि $\frac{n!}{2}$ होती है।